Årg. 40:1 Mars 1957

ELEMENTA

Tidskrift för matematik, fysik och kemi

FÖRSTA HÄFTET

ERIK RUDBERG, Om transistorverkan. Nobelpriset i fysik 1956 1

PER-OLOV LÖWDIN, Den kovalenta kemiska bindningen i kvantmekanisk belysning 9

ARNE ÖLANDER, En ny fyrställig logaritmtabell 25

G. STARK, En bestämning av smältpunkten för tenn 31

Notiser: HJ. TRANE, En apparat för studium av ångbildning i luft; FRODE HJERTING, Matematisk og fysisk pendul, Et forsøg over træghed, Forsøg med en faldende kugle; G. STARCK, Framställning av acetylen, Syrehalt i rent och förorenat vatten. 33

Aktuellt: STIG ANDERSSON, Föreningen i Lund för matem. naturv. underv. Möte i nov. 1956; BROR GUSTAVER, Föreningen för matem. naturv. underv. Årsmöte i jan. 1957; G. STARCK, Svenska Kemistsamfundets Berzeliusdagar i jan. 1957. — Meddelanden: Den tredje nordiska kongressen för matematik-, fysik- och kemilärare i aug. 1957, Kemistdagar i organisk kemi i juni 1957, AB Atomenergi och Atomkommittén erbjuder fortbildnings- och forskningsmöjligheter 37

Gradualavhandlingar: NILS STARFELT; INGRID TORGÅRD; ARNOLD LUNDÉN; FREDRIK ERIKSSON 41

Bokanmälningar: ELLEN GLEDITSCH, Antoine Laurent Lavoisier; SCHALÉN, Sfärisk astronomi; HALL, Atomer och stjärnor; JONES/ROTBLAT/WHITROW, Atoms and the Universe; HOYLE, Frontiers of Astronomy; COXETER, The Real Projective Plane; CARTWRIGHT, Integral Functions; HOBSON, Squaring the Circle; HUDSON, Ruler and Compass; SINGH, The Theory and Construction of nondifferentiable functions; forts. å omslagets andra sida.

Problemavdelning:

Matematiska uppgifter (red. av S. BÅGMAN) 68

Matematiska och fysikaliska uppgifter vid fyllnadsprövning efter studentexamen januari 1957 71

Författare i detta häfte (66). Insänd litteratur (67, 76)

Annonsörer: Almqvist & Wiksell; Rudolph Grave; Lindström & Johnsons AB; Lindståhls Bokhandel; Norstedt & Söner; AB Philips; Svenska Bokförlaget; Svenska Fysikersamfundet.

REDAKTION OCH EXP.: Karlbergsv. 16IV STOCKHOLM

ELEMENTA

Årligen fyra häften (mars, juni, sept., dec.). Prenumeration sker genom inbetalning å postgiro 527 55; pr år kr. 15:—, pr häfte kr. 4:25. Tidskriften sändes som utgivarkorsband.

Redaktör och utgivare: C. E. Blom. Karlbergsv. 16, Stockholm.

Tidigare årg. Förfråga Eder direkt hos red. Av årg. 1—13 är flera ofullständiga. Priset pr årg. (i häften) är för årg. 14 (1931) t.o.m. 34 (1951) kr. 10:—, för årg. 35—38 kr. 12:50, för årg. 39 kr. 15:—.

Pärmar av grön klot à 3:—+25 öre i porto; varje pärm avsedd för två årg.

Problemhäften för åren 1943—52 à kr. 1:20, för 1953—1955 à kr. 1:40, för 1956 à 2:60. Innehåll: Student- o. realex.-uppg. i matem. o. fysik med svar och anvisningar.

Särtryck ur ELEMENTA:

2. M. Sjöström, Vätskors och gasers strömning, kr. 2:—.
3. M. Sundqvist, Teorien för de moderna glasögonen, kr. 2:—.
6. S. Comét, Matrisräkning, kr. 2:—
7. H. Henrikson, Om segelflygning och dess energikällor i atmosfären, kr. 2:40.
8. K.-B. Augustinsson, Vitaminernas kemi, kr. 2:—.
9. L. G. Sillén, Kemiska reaktionsformler, kr. 2:60.
10. L. G. Sillén, Kemistens hjärna - ett utrymmesproblem, kr. 2:—.
11. C.-E. Fröberg—G. Kjellberg—O. Boivie, Siffermaskiner och hålkortsmaskiner, kr. 3:—.
12. Karin Aurivillius, Analysvågen, kr. 2:40.
13. Uno Trägårdh, Primär- och sekundärelement, kr. 2:40.
14. K.-B. Augustinsson, Enzymkemi, kr. 2:60.

Problemhäften och övriga särtryck sändes pr korsband (porto 15 öre) om inbetalning sker till postgiro 527 55, Elementa, Karlbergsvägen 16, Stockholm

---

Problemhäfte 1956 innehåller utom sedvanliga examensuppg. "Övningsuppg. i matem. till studentexamen" utarb. av Skolöverstyrelsen. Se närmare härom i dec.h., omslagets andra sida. Häftets pris är kr. 2:20+15 öre i porto.

Pärmar avsedda för två årg. finns endast i mindre antal till årg. 21(1938)/22 1939 t. o. m. 37(1954)/38(1955). Nytillverkade pärmar för dessa och för årg. fr. o. m. 39/40 kommer ej att vara försedda med årgångs- och årtalstryck men bli i övrigt lika med tidigare. Pris per pärm kr. 3:—+25 öre i porto.

Bokanmälningar (forts.): Kempe, How to Draw a Straight line; Niven, Irrational Numbers; Proceedings of Symposia in Applied Mathematics; Friedman, Principles and Techniques of Applied Mathematics; Stratton/Morse m.fl., Spheroidal Wave Functions; Pluvinage, Mécanique quantique; Ceaglske, Automatic Process Control for Chemical Engineers; Bethe/Morrison, Elementary Nuclear Theory; Campbell, High Temperature Technology; Principles of Color Television; Physical Techniques in Biological Research; Guild, The Interference Systems of Crossed Diffraction Gratings; Fromherz, Physikalisch-chemisches Rechnen in Wissenschaft und Technik; Lange, Kalorimetrische Analyse; Evermark, Elektroteknik; Jay, Calder Hall. Britain's First Atomic Power Station; Fuller, Theory and Practice of Lubication for Engineers; Macmillan, Automation: Friend or Foe? 45

Bilagor: Lindståhls Bokhandel; Fören. f. matem. naturv. underv.

Komplett biologikurs för realskolan

Nyhet!

Anders Boierth

LÄRAN OM DET LEVANDE

För Treårig realskola klass 1^3 och 2^3
Fyraårig realskola klass 1^4 — 3^4

Utkommer under våren

Öhman — Boierth

MÄNNISKOKROPPEN OCH DESS FUNKTIONER

För klass 3^3, 4^4, 5^5 och ring 1^4

"Boken har redan lovordats i fackpressen och den är väl värd dessa lovord." *Tidning för Sveriges Läroverk*

5:75

ALMQVIST & WIKSELL

Box 159 - Stockholm 1 - Postgiro 758

AWE

AKTUELLT

Atomålderns elementarfysik i experimentell belysning

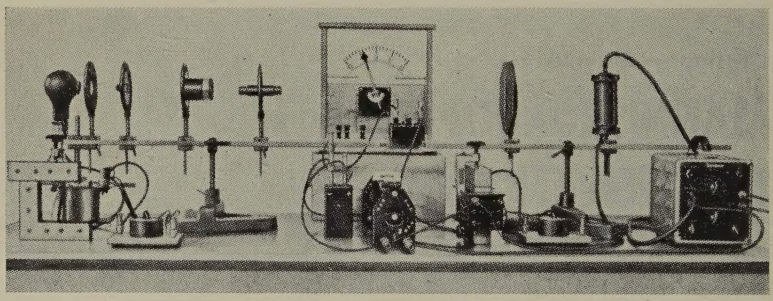
Tredje delen av

LEYBOLDS PHYSIKALISCHE HANDBLÄTTER

nu utkommen. Fundamentala kvantitativa demonstrationer i *elektricitetslära, optik* och *atomfysik* bl. a.

Ljushastighet · Fotoelektrisk effekt · Spektroskopi · e/m-bestämning Röntgenstrålningens jonisation · Elektronstötförsök · α-partiklars räckvid · β-spektrum · Halveringstid · Mikroskopets upplösning

Bild (2) på blad 535.215. 2, b



Bestämning av Plancks konstant

LEYBOLD · KVALITET · UTVECKLING

RUDOLPH GRAVE AB

SKOLAVDELNINGEN

Box 3082, Malmskillnadsg. 48c, Stockholm 3, Tel. 23 37 80
Box 6058, St. Nygatan 27b, Malmö 6, Tel. 381 25

Om transistorverkan

Nobelpriset i fysik 1956

Av professor Erik Rudberg, Stockholm

Vetenskapsakademien har tilldelat W. Shockley, J. Bardeen och W. H. Brattain 1956 års nobelpris i fysik för deras arbeten över elektriska halvledare, speciellt upptäckten av transistorverkan.

Kretstekniskt sett är en transistor ett elektriskt kopplingselement av samma karaktär som ett treelektrodrör, en triod, dvs. en aktiv fyrpol. En signal av låg effekt som tillföres ingångssidans polpar återges troget, men med betydligt ökad effekt, från utgångssidans polpar. Effektkällan för utgångssidan är därvid givetvis ett särskilt batteri: signalen själv levererar endast den styreffekt som dirigerar användningen av huvudeffekten. Mot triodens ingångspar galler/katod svarar i transistorn »emitter/base», medan utgångsparet anod/katod motsvaras av »collector/base». Då svenska namn ännu inte utkristalliserat skola organen här provisoriskt kallas styrelektrod, bas och kollektor.

Trioden, som är en gallerstyrd diod eller rörlikriktare, kom fram för 45 år sedan som en genomgripande utveckling av den förut kända dioden. När torrlikriktare av kopparoxid- och selentyp ett par decennier senare kommo i bruk, var det naturligt att man sökte införa en tredje elektrod för styrning av ventilverkan också där. Patentlitteraturen har gott om sådana förslag, men längre än så ha de inte hunnit — huvudsakligen, får man väl säga, därför att de inte beaktade de speciella särdrag som utmärka likriktningen i halvledare, drag som först mot slutet av 30-talet blevo klart belysta, främst av Schottky i Tyskland, Davydov i Ryssland och Mott i England.

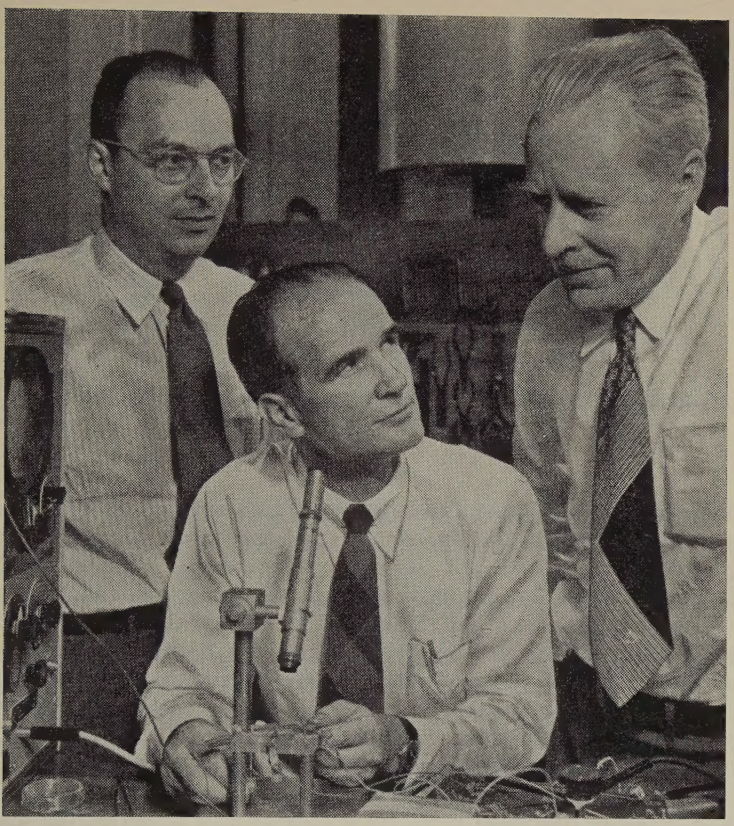
Under andra världskriget forskades det åtskilligt på halvledare, bl. a. i samband med militära tillämpningar av kristalldioder som detektorer i kortvågsutrustningar och av halvledarelement i känsliga infraröd-mottagare. Mot denna bakgrund är det rätt naturligt att det stora Bell-laboratoriet vid Murray Hill utanför New York efter kriget fann tiden mogen att sätta in goda krafter på halvledarforskning, med problemet styrning av ventilverkan som en central punkt. Shockley, som blev ledare för forskargruppen, fick som främsta medhjälpare Bardeen och Brattain.

Ett viktigt spörsmål var, hur tillgången på de elektriska laddningsbärare i halvledaren som ombesörja strömmen kan påverkas av ut-

ifrån pålagda, elektrostatiska fält. Vissa försök som gruppen anställde 1947/48 tydde på att fältverkan i halvledarens inre var underkastad en avskärmning genom att halvledarens ytskikt till sin elektronstruktur hade en annan karaktär än materialet längre in. Redan tidigare hade man i samband med ytans egenskaper talat om särskilda energitillstånd för elektronerna i ytan, »surface states». Bardeen hade behandlat ämnet ur elektronteoretisk synpunkt. Experimentellt borde man kunna avslöja ytskiktets ledningskaraktär genom kartläggning av ekvipotentialkurvorna på halvledarytan intill en liten, strömförande elektrod. Sådana sondmätningar gjordes nu, och resultaten bekräftade i stort sett slutsatserna från försöken över fältverkan. Fenomenet var dock mera komplicerat. Konduktiviteten i ytan visade sig nämligen variera med strömtätheten på ett sätt som man då inte hade någon god förklaring till. Vid den tidpunkten torde det emellertid ha varit viktigare att man just i samband med dessa försök för första gången tycks ha iakttagit transistorverkan.

Anordningen var den som nu brukar kallas spetstransistor. Den antydes schematiskt i fig. 1. Till en elektroniskt halvledande germaniumkristall hade man ordnat en, väsentligen spärrfri, god baskontakt *B* med stor yta, här representerande nollpotential. Med den klena kollektorspetsen *C* som andra elektrod fick man då i kombinationen kollektor/bas en kristallikriktare: ledande vid positiv spets, men spärrbegränsad till en läckström av storleksordningen 1 mA vid pålagd negativ potential upp till några tiotal volt på kollektorn. Styrspetsen *E* befann sig $< 0{,}1$ mm från kollektorn och representerade i kombination med basen likaledes en likriktare: redan någon hundradels volt positiv potential på styrspetsen räckte att hålla ventilbanan öppen för positiv ström från styrspetsen in i halvledaren. Brattain och Bardeen upptäckte nu att man med små variationer i denna ström kunde åstadkomma större variationer i läckströmmen från halvledaren till den spärrade kollektorn. Styrströmmen kunde man därvid variera genom *små* ändringar i den ingående styrspänningen vid *S*, eftersom ingångssidan arbetade som ledande ventil, alltså med låg resistans; däremot kunde de variationer som dessa ändringar framkallade i kollektorströmmen utnyttjas med betydande utgångseffekt i kollektorkretsen, som ju arbetade under spärrbetingelser, högresistivt. Över ett seriekopplat belastningsmotstånd *R* kunde variationerna i kollektorströmmen exempelvis åstadkomma spänningsändringar av samma storleksordning som batterispänningen. I anordningen, som döptes till transistor, hade man alltså just funnit den eftersträvade lösningen till problemet att styra en torrlikriktare med en tredje elektrod.

Om det nya organet till sin förstärkningskaraktär sålunda påminde om en triod, så visade dock redan detta första exemplar åtminstone



Forskartrion vid Bell-laboratoriet: från vänster Bardeen, Shockley, Brattain. Instrumentet är den mikroskopförsedda mikromanipulator som användes för att placera de fina elektrodspetsarna rätt på germaniumkristallen.

två tekniskt betydelsefulla särdrag hos transistorerna. För det första: transistorn kräver ingen glödström. Denna omständighet betyder att transistorförstärkning kan åstadkommas med god effektekonomi även när det gäller *små* signaler, där rörförstärkningens totala verkningsgrad principiellt måste bli mycket dålig, genom att rördriften kräver stora temperaturdifferenser över små avstånd. Det ger en god anvisning om vilka användningsområden transistorn närmast kan väntas överta. För det andra: En triod har hög gallerresistans (ingångsimpedans) och arbetar därför vid given styreffekt med förhållandevis stora

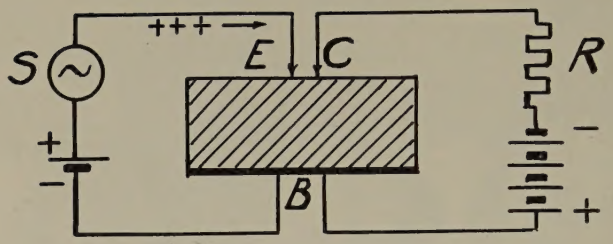


Fig. 1. Principbild av en spetstransistor med elektronledande kristall, av n-typ.

gallerspänningsvariationer, »trioden styrs med spänning». Transistorn däremot har låg ingångsimpedans, små styrspänningar: »den styrs med ström».

Spetstransistorn har fått betydande användning, men den är bara *en* form av dessa nya organ. Skikttransistorn representerar nu en betydligt större del i transistorproduktionen, och detta är den typ som kan väntas få den största användningen i framtiden. Den föreslogs och utvecklades av Shockley i anslutning till de idéer som väcktes i samband med spetstransistorn och experimenten att elektronteoretiskt förstå dess mekanism. Det kan vara lämpligt att nu kasta en blick på hur denna mekanism har uppfattats.

I goda ledare som metallerna får strömmen helt tillskrivas vandring i det pålagda elektriska fältet av rörliga elektroner som negativa laddningsbärare, n-ledning. 1930-talets halvledarforskning hade däremot visat att såväl elektronledning som p-ledning genom *positiva* bärare, s. k. elektronhål, kan förekomma i halvledare, med det ena eller andra slaget av bärare som den dominerande transportörkomponenten i strömmen. Hålen äro tillfälliga luckor i det gittermässigt fördelade kollektiv av valenselektroner som svarar för bindningen från atom till atom i den fasta kroppens kristallbyggnad. Värmerörelsen i kollektivet gör att en sådan lucka i p-halvledaren titt och tätt fylles ut genom att en valenselektron från det omedelbara grannskapet störtar dit, varvid inhopparen i stället skapar en lucka på den plats han just lämnar. Man kan därför också beskriva processen med att säga, att hålet och den valenselektron som skall hoppa in byta plats. Vid frånvaro av elektriskt fält ske inhoppen statistiskt lika ofta från alla

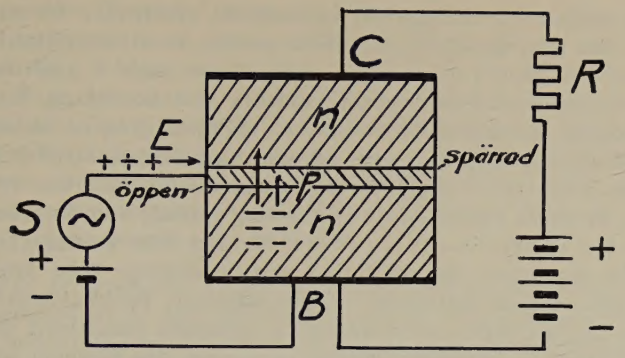


Fig. 2. Schematisk bild av en skikttransistor med hål-ledande styrskikt, p-typ, i en halvledarkristall av n-typ.

sidor; men i ett pålagt fält tillkommer en extra drivkraft som gör att inhoppen från den sida som har negativ potential genomsnittligt komma att överväga. Därigenom kommer hålet genomsnittligt att flytta sig från gitterställe till gitterställe på samma sätt som en rörlig positiv laddningsbärare.

I anslutning till denna erfarenhet har man så småningom utvecklat rika möjligheter att förändra en halvledares karaktär genom små föroreningstillsatser. Dessa väljas så, att de antingen genom elektronavgivning öka halten av rörliga elektroner, varvid tillsatserna kallas donatorer, eller tvärtom genom bindning av elektroner ur valenskollektivet öka halten av rörliga hål, varvid tillsatserna kallas acceptorer. De hittills huvudsakligen använda halvledarmaterialen germanium och kisel tillhöra som fyrvalenta element det periodiska systemets 4:e kolumn. Donatortillsatser finner man därför bland de 5-värda elementen i 5:e kolumnen, fosfor, arsenik, antimon; som acceptorer fungera 3-värda element ur 3:e kolumnen, bor, aluminium, gallium, indium. Man behärskar sålunda numera tekniskt att genom tillsatser göra materialet elektronledande, n-typ, eller hålledande, p-typ, efter behag och därvid även reglera konduktiviteten inom ett område av åtskilliga tiopotenser.

När det andra världskriget bröt de vetenskapliga förbindelserna hade de mera vittskådande halvledarforskarna redan angivit en god modell för likriktarmekanismen i en gränsyta mellan två halvledare av motsatt ledningstyp, eller mellan en halvledare och en metall. Betrakta t. ex. kontakten mellan en övre p-ledare och en undre n-ledare, som må anses utformade som två planparallella skivor in-

skjutna mellan två anliggande horisontella elektroder för strömtillförseln. Gör man den övre elektroden positiv, så driver fältet i p-plattan dess p-bärare i riktning mot kontakten och i n-plattan dess n-bärare i motsatt led — alltså likaledes mot kontakten. Kontakten visar sålunda vid denna fältriktning en *riklig* tillgång på bärare, motsvarande *öppen* ventil. Gör man däremot den övre elektroden negativ, så sugas p-bärarna i p-plattan bort från kontakten, utan att kunna ersättas av något tillflöde från den undre plattan, som ju saknar hål. Samma fält driver i n-plattan bort n-bärarna från kontaktytan, även här utan möjlighet till ersättning genom tillflöde från kontaktens andra sida, där ju materialet saknar n-bärare. Resultatet vid denna fältriktning blir alltså att kontaktens närmaste omgivning på ömse sidor *utarmas* på inhemska bärare, varigenom den kommer att verka som en effektiv ström-*spärr*. Vill man i denna situation häva spärrverkan, dvs. öka läckströmmen, gäller det alltså att skaffa fram flera laddningsbärare i utarmningsskiktet, spärrskiktet. Den första spetstransistorn hade en germaniumkristall av n-typ, och skiktet närmast den spärrade kollektorn var sålunda utarmat på rörliga elektroner. Forskarna vid Bellaboratoriet funno, att signalströmmen från styrelektroden in i halvledaren öppnar litet på kollektorventilen genom att tillföra positiva hål till det elektronfattiga skiktet. Hålen sugas givetvis själva upp av den negativa kollektorn och ge därmed direkt ett tillskott till läckströmmen; men detta är inte hela effekten, strömökningen till kollektorn är väsentligt större. Genom sin närvaro öka p-laddningarna också tillfälligt koncentrationen av rörliga elektroner i utarmningsskiktet utöver jämviktsvärdet och öka därmed skiktets ledningsförmåga. Namnet emitter kan därför antyda, att styrelektroden tjänar som en injektionsspruta, i detta fall för positiva hål. Det är väsentligt att de insprutade bärarna äro av motsatt slag mot utarmningsskiktets egna för att den skyddande mur som skiktet reser skall brytas ned och strömmen kunna välla fram. Då har man transistorverkan.

Shockley och hans medarbetare kunde experimentellt bekräfta denna bild av förloppet. Samtidigt fick man mycket värdefulla mätningar över hur de båda samspelande bärarslagen var för sig uppföra sig i halvledaren. Detta uppnåddes genom vad man kan beskriva som en sinnrik omgestaltning av spetstransistorn. Bildligt talat klöv man transistorn i två hälfter: styrelektroden blev en fristående injektor, kollektorn en likaledes fristående detektor. Man utformade sedan halvledaren som en tråd med kraftiga utvidgningar vid ändarna, där goda elektrodkontakter sattes på, så att man vid behov kunde etablera ett jämnt fält (och en tillhörande ström) ned genom tråden. Injektorn sattes in ett stycke ned från trådens övre ände, där den genom korta

spänningspulser tvingades att spruta in hål stötvis. Hålen fingo sedan sprida sig på egen hand, genom diffusion, tills en del av dem nådde detektorn nära trådens nedre ände; eller också sveptes de fram dit av ett pålagt fält utefter tråden. Detektorströmmen registrerades oscillografiskt, liksom pulsningen av injektorn. Dessa och liknande försök gåvo viktiga upplysningar om bärarnas art, deras rörlighet och, inte minst betydelsefullt, deras genomsnittliga livslängd innan de råka fastna i oregelbundenheter i gittret, korngränser och liknande, för att slutligen förintas genom rekombination.

Ur dessa erfarenheter föddes idén om skikttransistorn 1949. Transistoreffekten är här inte begränsad till det minimala området intill en kollektorspets utan verkar på bred front utefter hela gränsen mellan de båda hälfterna av en och samma halvledare, t. ex. n-n i fig. 2, som man kluvit genom att skjuta in en tunn vägg av material med motsatt ledningskaraktär, p. Detta kan göras på olika sätt; en särskild teknik har sålunda utvecklats för att successivt bygga upp denna skiktstruktur i en och samma halvledarkristall — av germanium eller kisel — genom kontrollerade främmande tillsatser till den halvledarsmälta ur vilken kristallen drages. Med de pålagda spänningar som antydas i figuren är tydligen likriktarkretsen *BRC* till höger spärrad mellan *B* och *C* genom att gränsområdet p/n på skiktets översida blir utarmat på bärare vid denna fältriktning. Spärren kan emellertid överbryggas genom att man till förhållandevis ringa kostnad i styreffekt sprutar in p-bärare i skiktet via kretsen *BSE* till vänster. Dessa extra p-bärare i skiktet locka omedelbart dit n-bärare från den undre hälften, där det finns gott om dem tätt inpå, eftersom fältet från den högra likriktarkretsen inte har spärriktning där som på översidan. Skiktet är nu tilltaget så tunt att de underifrån tillströmmande n-bärarna fortsätta genom utarmningszonen in i den övre n-hälften, där det rådande fältet för dem vidare till *C*, så att läckströmmen ökas. Figuren har här avsiktligt schematiserats på ett annat sätt än det vanligen brukliga, så att analogin med spetstransistorn i fig. 1 skall framträda. Men samtidigt ser man också att likriktarstyrningen påminner om en triods; p-skiktet verkar ju som ett triodgaller, vars »potentialmaskor» man öppnar genom den tillförda positiva laddningen, så att n-bärarna från det täta katodiska elektronmolnet därinunder kunna sippra igenom, upp till det elektronfattiga anodrummet närmast ovanför. — Transistorkombinationen i fig. 2 är n-p-n. Principiellt möter det naturligtvis intet hinder att i stället bygga skikttransistorn som p-n-p, i hålledande grundmaterial.

Det är snart nio år sedan man första gången iakttog transistorverkan. Utvecklingen har varit betydande, även om det ännu inte är

tal om någon tillverkning jämförbar med radiorörens. Årsproduktionen är i kraftigt stigande och torde nu räkna åtskilliga millioner exemplar, med betydande övervikt för skikttransistorerna. I alla användningar där radiorör bli för stora eller annars otjänliga med hänsyn till de batterier som de kräva finna transistorer en plats, trots högre pris. Hjälpapparater för hörselsvaga ha nu så gott som uteslutande transistorer i sina förstärkare. Matematikmaskiner använda transistorer i betydande utsträckning. Trafikflyget transistoriserar de olika kontrollorganen i planen. De militära användningarna äro omfattande.

Dr William Shockley är född 1910. Han graduerade från California Institute of Technology i Pasadena 1932 och flyttade sedan till Massachusetts Institute of Technology i Boston, där han fick doktorsgraden 1936. Sistnämnda år knöts han till Bell-laboratoriet, som han tillhörde fram till 1955 med undantag för fyra krigsår ägnade speciella forskningsuppgifter. Han är nu chef för ett eget halvledarlaboratorium nära Palo Alto i Kalifornien och tillika professor vid Stanford-universitetet där.

Dr John Bardeen, som är född 1908, tog sina tidigare examina 1928—29 vid Wisconsins universitet, verkade sedan i fyra år som geofysiker hos Gulfbolaget, varpå följde sex års akademisk verksamhet vid Harvard och vid Minnesotauniversitetet i St. Paul. Han erövrade doktorsgraden i Princeton 1936. Efter fem krigsår vid U S Naval Ordnance Laboratory knöts han 1945 till Bell-laboratoriet, som han lämnade 1951 för att tillträda den professur han nu bekläder vid Illinois-universitetet i Urbana.

Dr Walter H. Brattain föddes 1902 och gjorde sina första akademiska lärospån i Oregon, vid Whitman College 1924 och vid Oregonuniversitetet 1926, för att sedan doktorera vid Minnesotauniversitetet 1929. Samma år kom han till Bell-laboratoriet, som han alltsedan dess tillhört, bortsett från tre år i militärfysisk forskning under 40-talets förra hälft.

I en uppsats i kommande junihäfte över ämnet »De kemiska reaktionernas mekanism» kommer professor Arne Ölander att presentera 1956 års nobelpristagare i kemi. (*Red.*)

Den kovalenta kemiska bindningen i kvantmekanisk belysning

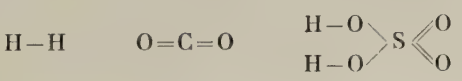
Av docent Per-Olov Löwdin, Kvantkemiska Gruppen, Kemikum, Uppsala

Det kemiska valensbegreppet

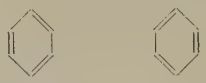
Naturvetenskapens främsta uppgift är att försöka förklara alla de mångskiftande fenomenen i naturen med utgångspunkt från ett fåtal enkla principer. Kemisterna har i det avseendet varit alldeles ovanligt lyckosamma, i det att de kunnat förklara sammansättningen hos alla de otaliga kemiska föreningarna med utgångspunkt från ett 90-tal olika grundämnen. Lagen om de multipla proportionerna ledde här tidigt till antagandet, att i de olika grundämnena förekommer minsta odelbara beståndsdelar — atomer. Ett fundamentalt problem var sedan att förklara de krafter som sammanhöll atomerna till molekyler, dvs. till kemiska föreningar.

Ett fundamentalt bidrag till utvecklingen av de moderna kemiska begreppen — atomer, molekyler och ett rationellt formelspråk — lämnades i början av 1800-talet av Jöns Jakob Berzelius. Denne ägnade sig också åt frågan om den kemiska bindningens natur, och han påpekade den stora betydelse som de rent elektrostatiska krafterna har som sammanhållande länk mellan positivt och negativt laddade atomer. I modern kemi är också Coulombattraktionen mellan positiva och negativa laddningar av största betydelse för förståelsen av jonbindningen i t. ex. alkalihaliderna av typen koksalt (Na^+Cl^-). Det torde emellertid redan tidigt ha varit klart, att den elektrokemiska bindningen knappast kunde tillämpas på sådana molekyler som H_2, Cl_2, etc., där atomerna var lika, och den s. k. kovalenta eller homopolära kemiska bindningens natur förblev därför ett mysterium.

Ett rationellt sätt att beteckna den kemiska bindningen erhölls genom införandet av valensstrecket genom Odling (1860) och Kekulé (1861), varvid den s. k. enkelbindningen betecknades med ett streck, dubbelbindningen med två streck, trippelbindningen med tre streck, etc. Detta gav kemisterna en möjlighet att skriva *strukturformler*, varvid enkla empiriska formler som H_2, CO_2, H_2SO_4 kunde skrivas under följande former:



där typen av bindning tydligt illustreras. En särskild svårighet bereddes här av sådana molekyler, där förekomsten av t. ex. enkel- och dubbelbindningen inte var entydigt fastlagd, som t. ex. i benzolmolekylen, för vilken följande två typer var möjliga:



Kekulé föreslog att den aktuella molekylen motsvarade en blandning av dessa strukturer. Naturen hos denna »blandning» var dock långt ifrån klar.

I de första strukturformlerna var atomerna anordnade i ett plan, men det är givet att atomerna i de verkliga molekylerna i de flesta fall måste vara geometriskt anordnade i rymden. Genom le Bel och van't Hoff infördes den tetraedriska kolatomen, som tog hänsyn till kolatomens fyrvärdighet genom att ordna de fyra valensriktningarna så att de sträckte sig symmetriskt i rummet med riktningar som bildade vinkeln 109°28′ med varandra. Härmed var grunden lagd till en stereokemi som bl. a. genom Werner fått en enastående utveckling.

I den moderna kemien motsvarar generaliserade strukturformler inte längre ett schematiskt diagram för att klargöra valensvärdena, utan man söker i möjligaste mån ge en korrekt geometrisk tolkning av de olika atomernas positioner i förhållande till varandra, och genom utvecklingen av röntgenkristallografin, elektrondiffraktionsmetoderna, mikrovågstekniken etc. har man fått stora möjligheter att direkt bestämma bindningarnas längd och vinklarna mellan dem. Till den moderna valensteoriens uppgifter hör därför inte bara att förklara den kvalitativa karaktären hos den kemiska bindningens natur utan också att kvantitativt ge bindningarnas styrka och de geometriska kvantiteter som karakteriserar molekylens struktur. Kemien har härvid fått hjälp av den utveckling som parallellt ägt rum inom fysiken under motsvarande tidrymd, och här skall nu i korthet redogöras för denna.

Den klassiska kvantteorien. Bohrs atomteori

För kemisterna var atomen rent definitionsmässigt »odelbar», men för fysikerna ställde sig förhållandena annorlunda. I slutet av 1800-talet hade man funnit det radioaktiva sönderfallet och möjligheten att en atom spontant kunde förvandlas till en annan. Av vittgående betydelse blev också J. J. Thomsons upptäckt år 1897, att den negativa elektriciteten i katodstrålning förekommer i form av korpuskler — elektroner — med lika stor laddning och massa. Det stod klart, att om elektronerna ingick som beståndsdelar i materien, så måste det även finnas en lika stor mängd positiv elektricitet, och man kunde

också beräkna att den övervägande delen av massan borde vara koncentrerad till denna. Rutherford fann år 1911 genom experiment med beskjutning av atomer med radioaktiva α-partiklar, att atomen väsentligen bestod av »tomrum», då chansen för en α-partikel att träffa atomens egentliga masskoncentration visade sig utomordentligt liten. Man kom härigenom till uppfattningen, att atomen bestod av elektroner som rörde sig kring en mycket liten positivt laddad kärna, som innehöll större delen av atomens massa. Fysikerna hade sålunda framgångsrikt börjat dissekera den tidigare helt odelbara atomen. För att få en kvantitativ uppfattning av atomens inre struktur fordrades emellertid en helt ny begreppsvärld.

I slutet av 1800-talet hade fysikerna haft mycket stora svårigheter med att förklara egenskaperna hos den s. k. hålrumsstrålningen, dvs. temperaturstrålningen från en absolut svart kropp. Dessa svårigheter avlägsnades i ett slag av Max Planck år 1900 genom antagandet, att den totala energien hos de elektriska oscillatorer med frekvensen ν som utsänder strålningen endast kan vara en hel multipel av ett minsta kvantum $h\nu$, där h är en ny naturkonstant med dimensionen »verkning» = energi × tid. Det moderna värdet för Plancks konstant är $h = 6{,}625_2 \cdot 10^{-27}$ ergsek.

Kvantumpostulatet blev av större betydelse för utvecklingen av den moderna fysiken än någon hade väntat, men det ledde också till en svårartad dualism mellan den klassiska fysiken och de nya kvantbegreppen. Så var t. ex. ljusstrålningens vågnatur experimentellt säkerställd genom böjningsfenomen, men för att förklara den fotoelektriska effekten gjorde Einstein år 1905 antagandet, att ljusstrålningen trots detta också skulle bestå av partiklar, vars energi var $h\nu$, där ν är ljusets frekvens. En sådan våg-partikel-parallellism skulle kunna vara tänkbar, om ljusvågorna kom i form av »paket», och en foton skulle då vara ett sådant vågpaket, men någon möjlighet att förstå en sådan modell på grundval av den klassiska fysiken fanns inte. Detta hindrade dock inte att Einsteins förklaring av den fotoelektriska effekten var synnerligen framgångsrik.

Niels Bohr kom år 1913 på idén att införa kvantumpostulatet i atomteorien. Den atommodell man kommit till genom Rutherfords undersöknigar hade stött på stora svårigheter. Atomerna är ju stabila bildningar, men enligt ett elementärt teorem i elektrostatiken kan laddningar i vila aldrig bilda ett stabilt system. Man var därför tvungen att antaga att elektronerna kretsade kring kärnan, men enligt den klassiska elektricitetsläran borde de i så fall utsända ljus och förlora energi så att de till slut föll in i atomkärnan. För att förklara att detta ej är fallet upptog Bohr Plancks idé om förekomsten av ett universellt verkningskvantum h.

Ett fundamentalt begrepp i fysiken är en partikels impuls p, som är produkten av dess massa m och dess hastighet v, så att $p=mv$. Bohr hade lagt märke till att Plancks konstant hade samma dimension som ett impulsmoment, dvs. som en impuls multiplicerad med en längd. Han antog därför, att om en elektron kretsade i en bana med radien a, så skulle dess impulsmoment pa vara en hel multipel av $h/2\pi$, dvs. att

$$pa = n\,h/2\pi \tag{1}$$

där talet $n=1, 2, 3, \ldots$ brukar kallas huvudkvanttalet. Impulsmomentet blir därvid kvantiserat, och detsamma kommer då också att gälla elektronens banradie a och dess energi.

I en väteatom måste elektronen och kärnan ha samma laddning e men med olika tecken. Attraktionen mellan elektronen och kärnan e^2/a^2 måste vara lika stor som centrifugalkraften mv^2/a, vilket leder till ekvationen

$$e^2/a^2 = p^2/ma \tag{2}$$

Genom kombination med kvantvillkoret erhåller man sedan lätt elektronens banradie:

$$a = n^2 \frac{h^2}{4\pi^2 me^2} \tag{3}$$

Elektronens totala energi E är summan av dess rörelseenergi $mv^2/2 = p^2/2m$ och dess lägesenergi $(-e^2/a)$, och man finner därför:

$$E = \frac{p^2}{2m} - \frac{e^2}{a} = -\frac{2\pi^2 me^4}{n^2 h^2} \tag{4}$$

Bohr uppställde vidare följande två grundpostulat:

1) Mot varje heltal n svarar ett *stationärt* tillstånd i vilket elektronen inte utsänder någon strålning.

2) Om elektronen hoppar från en bana med kvanttalet n_1 till en bana med kvanttalet n_2, så utsänder (respektive absorberar) atomen en foton vars frekvens ν är bestämd ur energirelationen $h\nu = E_1 - E_2$. Detta ger för atomens strålning frekvensformeln

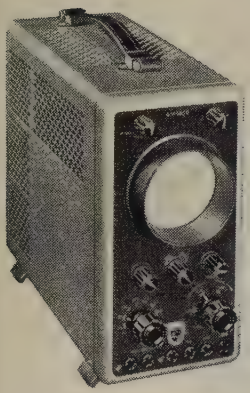
$$\nu = \frac{2\pi^2 me^4}{h^3}\left(\frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2}\right)$$

som med utomordentlig noggrannhet återger alla frekvenser i väteatomens spektrum. Koefficienten i denna formel dividerad med ljushastigheten är i spektroskopien känd som Rydbergs konstant.

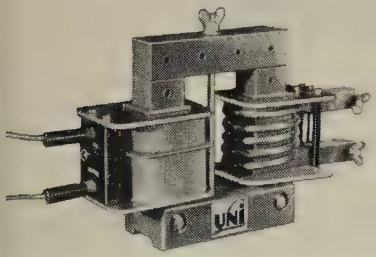
I denna atommodell kan elektronerna kring kärnan liknas vid ett planetsystem i miniatyr, och liksom i ett sådant är rörelsebanorna inte inskränkta till cirklar, utan de kan också vara ellipser. Det visar

PHILIPS-INSTRUMENTEN

gör undervisningen lättare för lärarna och intressantare för eleverna.

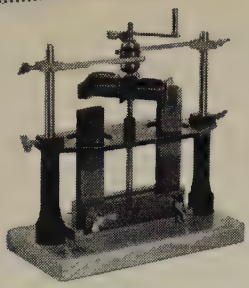


Katodstråleoscilloskopet GM 5650

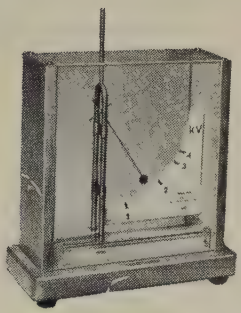


Experimenttransformatorn P5/3

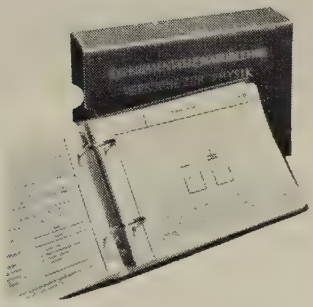
Ovanstående är bara några exempel på den sortering av instrument och litteratur som Philips tillhandahåller speciellt för fysikundervisning. Vi sänder Er gärna specialprospekt på dessa samt vår stora huvudkatalog över mätekniska utrustningar.



Motorgeneratormodellen P5/4



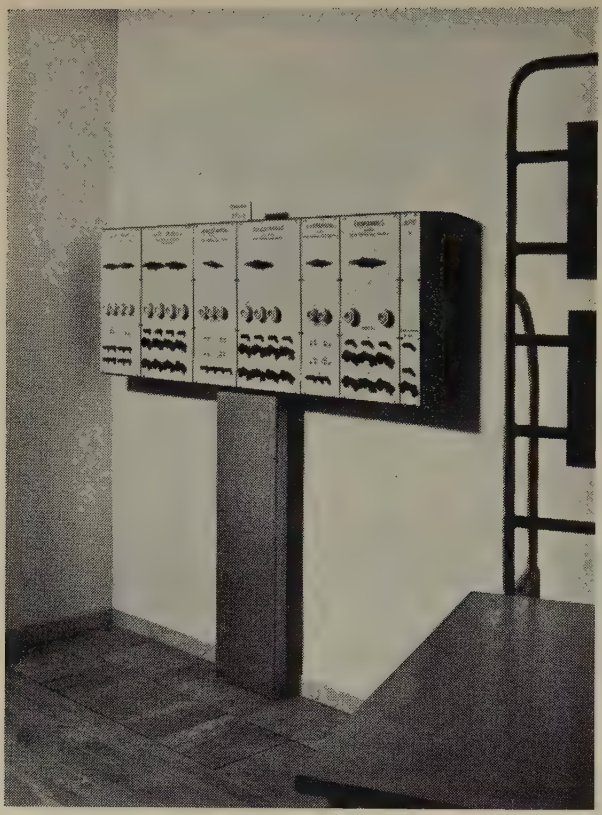
Statisk Voltmeter P5/6



Experimentelle Naturlehre — Versuche zur Physik

PHILIPS

Svenska Aktiebolaget Philips
Mätinstrumentavdelningen
Postbox 6077 • Stockholm 6.
Tel. 340580. Rikssamtal 340680



Uttagstavla

STRÖMFÖRSÖRJNINGS-
UTRUSTNINGAR

för laboratorier, provrum, lärosalar etc.

Projektering

Leverans

LINDSTRÖM & JOHNSON AB

Valhallavägen 50 Stockholm Va Tel. 30 13 12

sig att ellipsernas halva storaxel a är liksom de cirkulära banornas radier proportionella mot n^2, under det att de halva lillaxlarna är proportionella mot $n \cdot (l+1)$ där l är det s. k. momentkvanttalet. Eftersom lillaxeln måste vara mindre eller lika med motsvarande storaxel, kan l endast antaga värdena 0, 1, 2, ..., $n-1$. Ellipsplanets orientering i rymden anges slutligen av ett tredje kvanttal m, det s. k. magnetiska kvanttalet som kan anta värden $-l$, $-l+1$, ..., -1, 0, $+1$, ..., $l-1$, l. Det visar sig att elektroner som rör sig i ellipser med samma storaxlar, men olika värde på kvanttalen m och l, har samma energi. Energiformeln (4) är därför generellt giltig.

Av historiska orsaker anger man ofta huvudkvanttalet n och momentkvanttalet l med bokstäver i stället för siffror enligt följande schema:

$n=$	1	2	3	4	5	...		$l=$	0	1	2	3	4	5	...
	K	L	M	N	O				s	p	d	f	g	h	

och man talar därför om K-skal, L-skal, etc. Vid beteckningen av de olika banorna (n, l) brukar man dock som regel använda beteckningarna: $1s$, $2s$, $2p$, $3s$, $3p$, $3d$, $4s$ osv.

Grundämnenas periodiska system

Kemisterna D. Mendelejev och L. Meyer hade år 1867 oberoende av varandra framgångsrikt lyckats ordna grundämnena i ett periodiskt system genom att infoga dem efter varandra efter stigande atomvikt. Systemet innehöll dock några anomalier, och efter uppställandet av Rutherford-Bohrs atommodell kom man i stället på idén att man borde ordna grundämnena efter stigande atomnummer. Atomnumret Z anger härvid antalet elektroner som kretsar kring kärnan i en neutral atom, eller antalet positiva enhetsladdningar i kärnan. Ett säkert medel att empiriskt fastställa ett grundämnes atomnummer erhöll man genom den s. k. Moseley's lag för K-linjen i röntgenspektra. Det visade sig nu att de tidigare omnämnda anomalierna bortföll, samt att man med säkerhet kunde ange vilka luckor i det periodiska systemet, som fortfarande stod tomma och motsvarade oupptäckta grundämnen. Man fann också nya lagbundenheter som t. ex. att de inaktiva ädelgaserna hade följande atomnummer:

	He	Ne	A	Kr	X	Rn
$Z=$	2	10	18	36	54	86

Bildar man här differenserna, får man talserien 2, 8, 8, 18, 18, 32, etc., dvs. en serie av »magiska tal» som alla är dubbla kvadrater $=2n^2$. Ädelgaserna motsvarar elektronsystem av utomordentlig stabilitet, och liknande elektronkonfigurationer brukar kallas ädelgasskal.

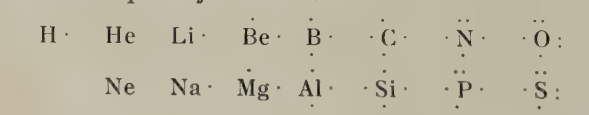
Det stod snart klart, att även om Bohrs atommodell klarade energinivåerna hos väteatomen utomordentligt bra, så kunde den inte tillämpas kvantitativt på atomer med mer än en elektron. För tyngre atomer kunde man dock fortfarande använda kvanttalen (n, l, m) för att kvalitativt klassificera de förekommande elektronbanorna, och Bohr undersökte vilka banor som är besatta i normaltillståndet hos atomerna i samtliga element i grundämnenas periodiska system. I detta sammanhang uppställde W. Pauli den viktiga principen att varje sådan fullständigt karakteriserad bana (n, l, m) kan innehålla högst två elektroner. Då för varje l-värde finns exakt $(2l+1)$ olika m-värden, så innebär Pauliprincipen att varje l-grupp kan innehålla högst $2\cdot(2l+1)$ elektroner och varje n-skal högst

$$\sum_{l=0}^{n-1} 2(2l+1)=2n^2 \qquad (5)$$

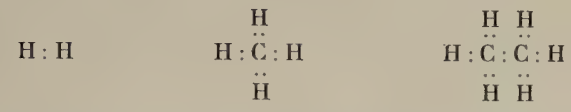
Pauliprincipen blev således förklaringen till förekomsten av de magiska talen $2n^2$, dvs. den innebär att de stabila ädelgaskonfigurationerna består av fullständigt besatta skal. Emellertid är förhållandena i periodiska systemet mer komplicerade än här har antytts. Skalen byggs visserligen till en början ut successivt, men efter $Z=18$ visar det sig att banor med högre n-värden och lägre momenttal ofta har lägre energi än banor med lägre n-värden och högre momenttal. Med växande Z byggs därför ibland de inre banorna ut i första hand, och härigenom uppkommer serier av kemiskt likartade element som t. ex. de 14 sällsynta jordmetallerna, vilka svarar mot utbyggnaden av gruppen $n=4$, $l=3$.

Lewis elektronteori för den kemiska bindningen

I och med att fysikerna genom Moseleys lag fick en möjlighet att empiriskt med största säkerhet fastställa atomnumret för grundämnen, fick också kemisterna en möjlighet att »räkna» elektronerna i olika kemiska föreningar. Detta ledde till en elektronteori för den kemiska bindningen som utformades av Lewis (1916), Kossel, Langmuir och andra. I denna teori uppdelar man antalet elektroner i en atom i två grupper, dels de som hör till det stabila ädelgasskalet, och dels valenselektronerna. Man låter därvid oftast den kemiska symbolen för ett ämne beteckna atomkärnan och tillhörande ädelgasskal, varjämte man dessutom anger de förekommande valenselektronerna med punkter. Atomerna för grundämnena med de lägsta atomnumren betecknas således på följande sätt:



Atomerna förenar sig sedan till molekyler på så sätt att valenselektronerna strävar att bilda stabila ädelgasskal dvs. elektronkonfigurationer karakteriserade av de magiska talen 2, 8, ..., således dubbletter eller oktetter. En *kovalent* bindning uppstår enligt Lewis om ett elektronpar delas mellan två atomer, och exempel på sådana bindningar är alltså molekyler av typen H_2, CH_4, C_2H_6:



där vi observerar att varje valensstreck motsvaras av ett elektronpar. Däremot uppkommer en *jonbindning*, om de uppkomna stabila ädelgasskalen är fördelade på två separata atomer eller atomgrupper som t. ex. i NaCl och LiH:

Givetvis kan man i dessa fall också tänka sig att ett elektronpar delas mellan de olika atomerna eller atomgrupperna, och en jonbindning förekommer därför sällan i ren form, utan man får tänka sig att det kan förefinnas alla övergångsformer mellan en jonbindning och en rent kovalent bindning.

Lewis elektronteori innebar en väsentlig fördjupning av valensbegreppet. Det blev bl. a. mycket enklare att förstå förekomsten av olika valenstal hos samma grundämne i olika föreningar och den starka stabiliteten hos sådana joner som t. ex. SO_4, som ju är karakteriserad av höggradig symmetri.

Jonbindningen förklaras i denna elektronteori på samma sätt som i Berzelius klassiska beskrivning genom Coulombattraktionen mellan elektriska laddningar av olika slag, under det att den kovalenta bindningen förmedlad av ett elektronpar fortfarande är ett mysterium. Ja, i själva verket är den enda klassiska kraft man känner bland dessa två elektroner just en stark Coulombrepulsion, och det finns därför ingen möjlighet att på grundval av den klassiska fysiken förstå den djupare innebörden av den homopolära kemiska bindningen. I detta läge kom en ny fas i fysikens utveckling åter till hjälp.

Heisenbergs osäkerhetsrelationer och identitetsprincipen

Införandet av Plancks verkningskvantum i den moderna naturvetenskapen kom att få en betydelse för förståelsen av den kovalenta bindningen och många andra fenomen, som inte direkt har att göra med själva kvantavillkoren. I själva verket är det ju så att fysiken

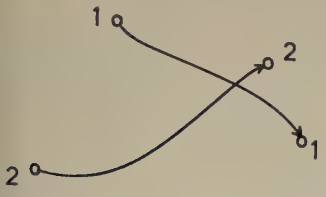
och kemien endast sysslar med sådana kvantiteter som verkligen är fysikaliskt och kemiskt mätbara i naturen — åtminstone i principiell mening. Det var Niels Bohr som i sin skola i Köpenhamn strängt hävdade denna mätbarhetens princip, och det visade sig att den skulle få vittgående följder. En mätning innebär ju alltid en viss växelverkan mellan det objekt man undersöker och själva mätapparaturen, och i den klassiska fysiken kunde denna växelverkan bringas mot gränsvärdet noll så att man slutligen kunde »lösgöra» mätobjektet från mätapparaturen och ge en »objektiv» beskrivning av detsamma. I kvantmekaniken regleras emellertid den minsta växelverkan som kan förekomma just av Plancks verkningskvantum h, och detta innebär att det ständigt förefinns en viss koppling mellan mätapparaten och mätobjektet. Sålunda fann Heisenberg att om man samtidigt försöker mäta läget x och impulsen p hos en partikel, så kommer osäkerheterna i dessa mätningar betecknade med Δx resp. Δp, att alltid uppfylla relationen

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq h/4\pi \tag{6}$$

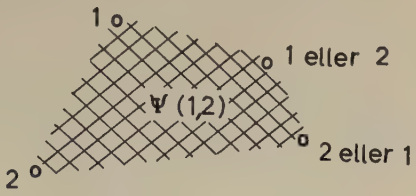
som nu är känd som Heisenbergs osäkerhetsrelation. Om man t. ex. söker bestämma läget x genom att betrakta en elektron under ett mikroskop, där objektivet har öppningsvinkeln 2α, så måste man för att se elektronen belysa den med minst en foton med energien $h\nu$ och impulsen $h\nu/c$. På grund av ljusets vågnatur är mikroskopets upplösningsförmåga given genom uttrycket $\Delta x = \lambda/(2 \sin \alpha)$, där λ är det infallande ljusets våglängd. Fotonen träffar elektronen och sänds in i mikroskopet längs en stråle, som ligger någonstans inom öppningskonen. Alla dessa strålar bidrar till samma bildpunkt, men på grund av motsvarande frihet i fotonens riktning efter kollisionen med elektronen blir elektronen lämnad med en osäkerhet Δp i impulsen, som är given genom uttrycket $\Delta p = 2h \sin \alpha/\lambda$, vilket direkt ger $\Delta x \cdot \Delta p \approx h$.

Om vi betraktar en partikel som rör sig i en klassisk bana, så har den i varje punkt ett bestämt läge x och en bestämd impuls p som är given genom uttrycket $p = m\,dx/dt$. Enligt Köpenhamn-skolan är det emellertid meningslöst att tillordna ett bestämt läge och en bestämd impuls till en partikel, om inte dessa storheter samtidigt kan mätas, och detta innebär därför *att hela det klassiska banbegreppet måste överges.*

Detta resultat för *en* partikel får mycket vittgående konsekvenser, när man betraktar ett *system* partiklar som har lika stor massa och lika stor laddning. I den klassiska fysiken kunde man enkelt identifiera var och en av dessa partiklar genom att följa dem i deras banor, men genom att man nu har förlorat hela banbegreppet så



Klassisk fysik: elektronerna kan identifieras genom att man följer dem i deras klassiska banor.



Kvantmekanik: inga klassiska banor existerar, och elektronerna kan därför ej längre identifieras. Detta leder till symmetrilagen $F(2,1) = F(1,2)$ för varje mätbar storhet F.

Fig. 1. Olikheten i behandling av ett elektronpar i klassiska fysiken och i kvantmekaniken.

föreligger inte längre denna identifieringsmöjlighet. I ett kvantmekaniskt system kan därför två partiklar, som har samma massa och laddning, byta plats utan att observatören har någon som helst möjlighet att upptäcka detta fenomen experimentellt. Detta utbytesfenomen leder till en ny form av energi den s. k. *utbytesenergin*, som är karakteristisk för den moderna kvantmekaniken. Denna energiform har blivit av grundläggande betydelse inte blott för förståelsen av den kemiska bindningen utan också för förklaringen av ferromagnetismen, antiferromagnetismen, mättnaden hos kärnkrafterna och många andra viktiga fenomen i modern naturvetenskap.

För att få en matematisk formulering av denna »identitetsprincip» skall vi betrakta två partiklar, 1 och 2, som har samma laddning och massa; se fig. 1. Om $F(1, 2)$ betecknar en godtycklig fysiskt eller kemiskt mätbar kvantitet, så måste resultatet av vår mätning vara oberoende av det sätt varpå vi försökt sätta namn på partiklarna, och vi får följaktligen formeln:

$$F(1,2) = F(2,1) \tag{7}$$

som är den grundläggande symmetrilagen i den moderna kvantmekaniken. Mer generellt gäller att varje fysiskt eller kemiskt mätbar storhet måste vara en *symmetrisk* funktion av koordinaterna av de ingående partiklarna, detta givetvis under förutsättning att de alla har samma massa och laddning. Då denna lag helt saknar klassisk motsvarighet, innebär den i själva verket att man endast kan förstå den kemiska bindningens natur på kvantmekanisk grundval.

Den moderna vågmekaniken

Det har ovan nämnts att kvantvillkoren ofta stod i skarp motsats till fundamentala lagar inom den klassiska fysiken, och det stod snabbt klart för fysikerna att en genomgripande omformulering av de fysi-

kaliska naturlagarna var nödvändig. Omdaningen började då L. de Broglie i sin doktorsavhandling år 1924 antog att våg-partikel-parallellismen var en universell företeelse. Till varje partikel med energin E och impulsen p tillordnade han således ett »vågpaket», vars frekvens ν och våglängd λ var bestämda ur relationerna

$$\nu = E/h \qquad \lambda = h/p \tag{8}$$

I första hand möjliggör detta antagande en ny förståelse av Bohrs kvantavillkor, ty $p\lambda = h$ ger tillsammans med (1) relationen $2\pi a = n\lambda$, vilket innebär att elektronens banlängd i väteatomen måste vara ett helt antal våglängder. De Broglie's teori innehöll också fröet till en vidare utveckling, vilken påbörjades av E. Schrödinger 1925 och som sedan dess har helt omdanat den moderna fysiken.

Schrödingers s. k. *vågmekanik* utgår från de Broglie's idé, att varje partikel är förknippad med en komplex våg av formen

$$\Psi(x,t) = e^{2\pi i\left(\frac{x}{\lambda} - \nu t\right)} = e^{\frac{2\pi i}{h}(px - Et)} \tag{9}$$

och genom derivering fås

$$\frac{\partial \Psi}{\partial x} = \frac{2\pi i}{h} p\,\Psi \text{ och } \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{h}{2\pi i} E\Psi \tag{10}$$

Ur dessa relationer härledde sedan Schrödinger ett samband mellan de fysikaliska storheterna E och p och vissa differentialoperatorer:

$$p \to \frac{h}{2\pi i}\frac{\partial}{\partial x}, \qquad E \to -\frac{h}{2\pi i}\frac{\partial}{\partial t} \tag{11}$$

Befinner sig partikeln i ett kraftfält med potentialfunktionen $V(x)$, är den klassiska energien summan av rörelseenergien ($mv^2/2 = p^2/2m$) och den potentiella energien V, varvid alltså gäller

$$\frac{p^2}{2m} + V(x) = E \tag{12}$$

Enligt Schrödinger behandlas systemet vågmekaniskt genom att man ersätter denna klassiska relation med vågekvationen

$$\left[-\frac{h^2}{8\pi^2 m}\frac{\partial^2}{\partial x^2} + V(x)\right]\Psi = -\frac{h}{2\pi i}\frac{\partial \Psi}{\partial t} \tag{13}$$

där de klassiska storheterna p och E i (12) helt enkelt ersatts av sina respektive operatorer enligt (11).

Storheten $|\Psi(x,t)|^2$ är den komplexa vågens intensitet, och enligt Max Born bör denna storhet tolkas som varande proportionell mot

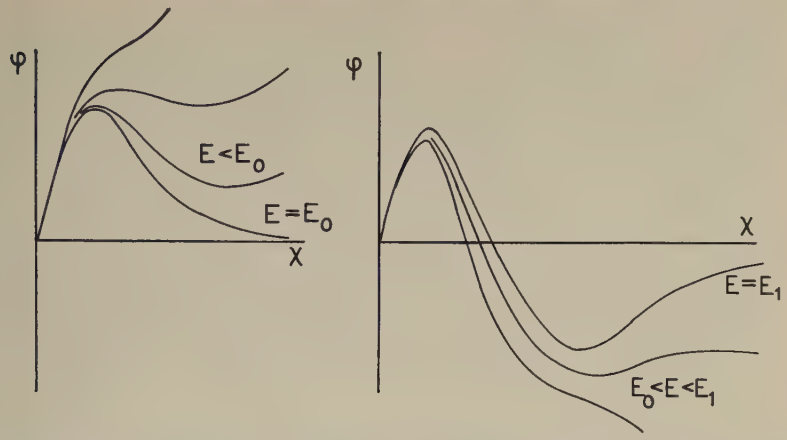


Fig. 2. Den kvalitativa formen hos lösningarna φ till Schrödingerekvationen (15) för godtyckliga E-värden. De möjliga energivärdena E_0, E_1, E_2 ... karakteriseras här av att φ asymptotiskt närmar sig x-axeln. — Figuren motsvarar den med r multiplicerade radiella delen av vågfunktionen i väteatomproblemet, men de kvalitativa egenskaperna är generella.

sannolikhetstätheten att finna partikeln i punkt x vid tiden t. Den klassiska mekanikens strängt deterministiska schema är således upplöst i den moderna vågmekaniken.

Schrödingerekvationen har djupgående konsekvenser för teorien för atomernas och molekylernas struktur. Vi observerar att det finns en lösning av formen

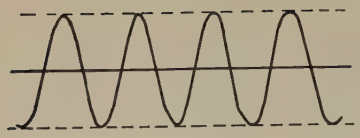
$$\Psi(x,t)=\varphi(x)e^{-\frac{2\pi i}{h}Et} \qquad (14)$$

som är sådan att den motsvarar en sannolikhetsfördelning $|\Psi(x,t)|^2=|\varphi(x)|^2$ som är oberoende av tiden och således stationär. Insättning av (14) i (13) ger ekvationen

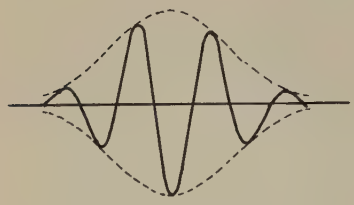
$$\left[-\frac{h^2}{8\pi^2 m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}+V(x)\right]\varphi=E\varphi \qquad (15)$$

Denna har som regel lösningar för alla E-värden, men endast vissa speciella värden på E leder dock till fysikaliskt meningsfyllda lösningar, dvs. till sådana lösningar där $|\Psi|^2$ kan tolkas som en sannolikhetstäthet. Detta villkor innebär, att om vi integrerar $|\Psi|^2$ över hela rymden så skall slutresultatet vara ändligt; se fig. 2.

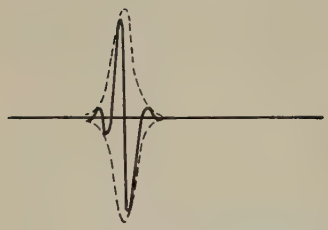
Ur Schrödingers vågekvation följer således kvantavillkoren som en direkt konsekvens av villkoret att $|\Psi|^2$ skall kunna tolkas som en sannolikhetstäthet. Ekvationen förklarar också förekomsten av de av



En rent harmonisk våg har fullständigt bestämd impuls p, men är i gengäld utsträckt i hela lägesrummet ($\Delta p = 0$, $\Delta x = \infty$).



Ett vågpaket med såväl läge som impuls någorlunda väl bestämda.



Ett vågpaket med mycket bestämt läge ($\Delta x \approx 0$) kan fås genom överlagring av ett stort antal harmoniska vågor och har således mycket obestämd impuls ($\Delta p \approx \infty$).

Fig. 3. Schematisk framställning av »vågpaket» uppfyllande Heisenberg's osäkerhetsrelation $\Delta x \cdot \Delta p \geq h/4\pi$.

Bohr postulerade stationära tillstånden, Bohrs frekvenslag osv., och i många fall, där den klassiska teorien ledde till oriktiga eller ofullständiga resultat, har den nya vågmekaniken givit mycket god överensstämmelse mellan teori och experiment.

Vi observerar att vågfunktionen $\Psi(x, t)$ alltid har karaktären av en *komplex* våg, dvs. att den motsvarar två reella vågor. Visserligen används endast absoluta beloppet för att ange sannolikhetsfördelningen i lägesrummet, men en närmare undersökning visar att den komplexa fasen används för att karakterisera en liknande sannolikhetsfördelning i impulsrummet. Ur Schrödingers operatorsamband (11) följer således Heisenbergs osäkerhetsrelationer direkt, och vi kan också förstå detta schematiskt i enlighet med fig. 3.

Experimentellt påvisades materievågorna först av Davisson och Germer 1926 genom iakttagandet av diffraktionsmönster i en elektronstråle reflekterad från en metallyta.

För system av partiklar med lika massa och lika laddning skulle den nya vågmekaniken få än mer vittgående konsekvenser. Vi observerar, att Schrödinger inte kunde beskriva t. ex. två partiklar genom att ta en våg representerad av två »vågpaket» koncentrerade till två olika punkter i rummet, därför att en sådan våg bara skulle tolkas som en enda partikel med extra stor osäkerhet i läget. För att kunna beskriva flera partiklar fordrades det istället att Schrödinger införde ett *konfigurationsrum*, dvs. ett rum med full uppsättning av koordinater för var och en av partiklarna. Det visar sig nu, att ur antagandet om existensen av ett sådant konfigurationsrum följer också direkt den kvantmekaniska symmetrilag, som vi angivit i formel (7) och vi skall nu närmare undersöka dess konsekvenser för den kemiska bindningen.

Heitler-Londons teori för den kovalenta bindningen

Den kvantmekaniska symmetrilagen och tillhörande »utbytesfenomen» upptäcktes först av Heisenberg i en undersökning av heliumatomens stationära tillstånd. Den första undersökningen av vätemolekylen H_2 med den moderna vågmekanikens metoder gjordes av W. Heitler och F. London år 1927. De betraktade vätemolekylen som bestående av två väteatomer a och b, som båda innehöll en elektron i det lägsta tillståndet $1s$, och gjorde antagandet att vågfunktionen för molekylen hade formen

$$\Psi(1,2)=a(1)\,b(2) \tag{16}$$

De undersökte bindningsenergien för en sådan vågfunktion och fann att den hade ett svagt minimum, men att bindningsenergien var alldeles för liten och att jämviktsavståndet mellan de två atomerna var alldeles för stort. Därefter undersökte de en vågfunktion av den mer generella formen

$$\Psi(1,2)=a(1)\,b(2)+\lambda a(2)\,b(1) \tag{17}$$

där λ är en godtycklig parameter och där elektronerna i den sista termen bytt plats. De fann att en sådan vågfunktion approximativt gav lösningar till Schrödingerekvationen för $\lambda=\pm 1$, dvs. just för de λ-värden som svarar mot att storheten $|\Psi(1,2)|^2$ är symmetrisk i koordinaterna 1 och 2. Lösningen av Schrödingerekvationen leder här således endast till ett verifierande av symmetriprincipen. När de undersökte lösningen för $\lambda=+1$ fann de en avsevärd sänkning av energikurvan, så att de erhöll en bindningsenergi av korrekt storleksordning och ett jämviktsavstånd på ungefär rätt plats; se fig. 4. Då detta tillägg till bindningsenergien berodde på förekomsten av växelverkanstermer mellan två elektronkonfigurationer, där elektronerna

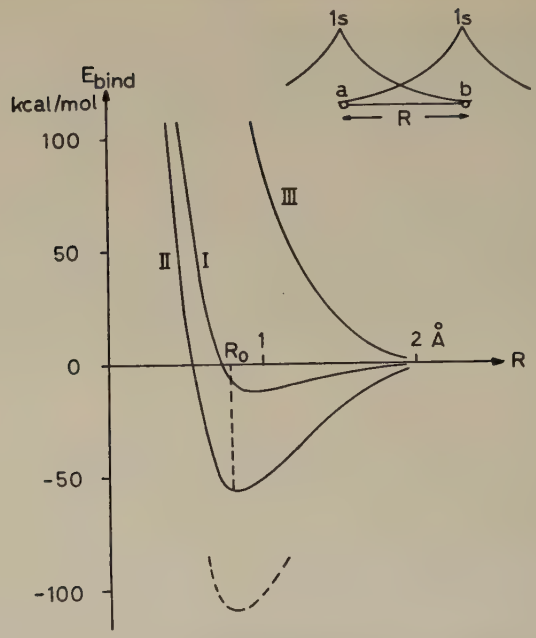


Fig. 4. Bindningsenergien för vätemolekylen H_2 enligt Heitler och London för olika vågfunktioner:

I) $\Psi(1,2) = a(1)\, b(2)$.
II) $\Psi(1,2) = a(1)\, b(2) + a(2)\, b(1)$. Kovalent bindning.
III) $\Psi(1,2) = a(1)\, b(2) - a(2)\, b(1)$.

Den streckade kurvan anger det avsevärt förbättrade resultat som har erhållits genom en noggrannare lösning av Schrödingers vågekvation enligt James och Coolidge. Full överensstämmelse med experimentell erfarenhet har härigenom erhållits.

1 och 2 bytt atomer, kallade Heitler och London detta väsentliga bidrag för en »utbytesenergi». Man får dock inte fatta detta på så sätt att de båda elektronerna 1 och 2 skulle periodiskt byta plats mellan de båda atomerna, och det är således fullständigt felaktigt att tala om en »utbytesfrekvens». I själva verket kan man nästan lika väl beskriva vätemolekylens grundtillstånd genom att placera de båda elektronerna i en enda »molekylbana» av formen $(a+b)$, varvid givetvis icke något utbyte förekommer, men symmetriprincipen leder i alla fall till en avsevärd förstärkning av bindningen. Heitler och Londons resultat innebär därför *att existensen av den kovalenta kemiska bindningen beror på ett typiskt kvantmekaniskt fenomen,* nämligen identitetsprincipen och den grundläggande symmetrilagen. Då det inte

finns någon klassisk motsvarighet till denna symmetrilag, så kan man således förstå den kemiska bindningens natur endast på kvantmekanisk grundval. Den kovalenta bindningens mättnadskaraktär följer sedan av Pauliprincipen.

Sammanfattningsvis kan vi därför förklara den kovalenta bindningens natur med tillhjälp av den moderna kvantmekaniken på följande sätt:

> Införandet av Plancks verkningskvantum för direkt till Heisenbergs osäkerhetsrelationer för en enda partikel, vilket i sin tur innebär att det klassiska banbegreppet måste överges. För ett mångelektron-system innebär det senare att man förlorar möjligheten att identifiera de individuella partiklarna, och alla fysikaliskt och kemiskt mätbara storheter måste därför vara oberoende av det sätt på vilket elektronerna numreras. Denna symmetrilag leder till ett nytt slags energi — utbytesenergin — som enligt Heitler och London är ansvarig för den kovalenta kemiska bindningens natur.

Heitler och Londons upptäckt av den kemiska bindningens natur öppnade ett nytt forskningsområde — kvantkemien — som utgör en naturlig länk mellan elementarpartiklarnas fysik och den vanliga kemien. Strax efter Heitler och Londons arbete observerade Heisenberg att utbytesfenomenet troligen också är av fundamental betydelse för förståelsen av ferromagnetismen. Under utvecklingen av den moderna kärnteorien har man också funnit att identitetsprincipen och symmetrilagarna är av vital betydelse för förståelsen av kärnkrafterna och deras mättnadskaraktär, och det är uppenbart att, då det gäller behandlingen av mång-partikel-system i allmänhet, identitetsprincipen och symmetrilagarna utgör en av de betydelsefullaste följderna av hela den moderna kvantmekaniken.

För att bestämma de stationära tillstånden hos en molekyl, utgår man från en Schrödingerekvation (15) av formen

$$H_{op}\Psi = E\Psi \tag{18}$$

där H_{op} utgör en Hamilton-operator, som erhålles direkt ur den klassiska energien för molekylen genom att ersätta varje partikels klassiska impuls p med Schrödingers operator $\frac{h}{2\pi i}\left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}\right)$ i enlighet med (11). Hamiltonoperatorn består av en term som representerar kärnornas inbördes repulsionsenergi, en term som motsvarar elektronernas kinetiska energi, en term som motsvarar attraktionspotentialen mellan kärnorna och elektronerna och slutligen en term som representerar kärnornas inbördes repulsionsenergi. Förutom elektronernas

kinetiska energi finns således i Hamiltonoperatorn endast energitermer, som motsvarar den elektrostatiska verkan mellan laddningar, och man kan således säga att Berzelius hade rätt då han trodde att den kemiska bindningen huvudsakligen var av elektrostatisk natur. Däremot hade man givetvis ingen aning om symmetriprincipen.

Vi har i dag all anledning att tro, att Schrödingers vågekvation kan ge oss den väsentliga förklaringen till materiens elektronstruktur, det må nu gälla atomer, molekyler eller fasta kroppar. Det är givetvis mycket svårt att lösa Schrödingerekvationen med någon större noggrannhet för ett mång-elektron-system, och i stället har kemisterna försökt en annan väg, nämligen att utgå från den vanliga kemiska terminologien och försökt översätta den och anpassa den till kvantmekaniskt språk. Det är givetvis mycket svårt att avgöra, om den tolkning av kemien med tillhjälp av elektronteori, som man på detta sätt erhållit, faktiskt motsvarar den fysikaliska verkligheten, och även om detta arbete hittills har varit utomordentligt fruktbärande, har dock bakgrunden varit mycket osäker. Det har därför varit synnerligen angeläget att utveckla tillförlitliga matematiska metoder för att lösa Schrödingers ekvation, men särskilt de numeriska svårigheterna har varit enorma och först med utvecklingen av de moderna matematikmaskinerna har man kunnat börja hoppas att få en tillförlitlig lösning även på detta svåra problem.

I första hand har därför approximativa metoder utarbetats, och i ett följande avsnitt skall lämnas en kort redogörelse för teorien för den riktade valensen, för resonansteorien för den kemiska bindningen samt för metoden med molekylorbitaler. Genom dessa och andra tillnärmelsemetoder har man sökt få inte bara en kvalitativ förståelse av molekylens natur utan också en mer detaljerad beskrivning av dess elektronstruktur samt en korrekt bestämning av dess geometriska form.

Trots de ovannämnda matematiska svårigheterna har det »kvantkemiska tänkandet» redan lett till många viktiga praktiska tillämpningar. Av dessa skall här särskilt nämnas Paulings arbeten rörande den kemiska bindningens natur och hans upptäckt av äggviteämnenas struktur, som belönades med 1954 års Nobelpris i kemi, makarna Pullmans undersökningar rörande ett eventuellt samband mellan de ringformiga kolvätenas elektronstruktur och deras kräftalstrande egenskaper, som belönades med 1955 års »Prix École Supérieure des Sciences Économiques et Commerciales», samt slutligen Bardeen, Brattain och Shockley's uppfinning av transistorn, som belönades med 1956 års Nobelpris i fysik.

En ny fyrställig logaritmtabell

av prof. Arne Ölander, Stockholms högskola

Dr L. J. Comrie säger på tal om logaritmtabeller att »there is no doubt that 4-figure tables are now used more than all others put together».[1] De används ej blott i skolorna utan även vid en mängd praktiska räkningar där räknestickan ger en något för liten noggrannhet. Utrymmesbehovet är litet, tabellen ryms på två boksidor.

De i våra skolor använda tabellerna är försedda med interpolationstabeller, som även ger tilläggets, den s. k. proportionaldelens, femte decimal. Detta är av visst värde när argumentet är femsiffrigt, men värdet minskas betydligt när tabellmantissorna är avrundade till fyra siffror. Den nämnda informationen tillvaratas bättre i $4\frac{1}{2}$-ställiga tabeller[2] där den fjärde decimalen följes av de ternära siffrorna · eller . som betyder 1/3 resp. —1/3 av fjärde decimalens enhet. Emellertid ökar detta interpolationsarbetet. Detta är alltid relativt stort, särskilt om man själv måste räkna ut differenserna. Somliga tabeller anger ju inte dem. Andra anger gränserna för de differenser som förekommer på varje rad, vilket är en viss lättnad, men att ange alla differenser, som hos Milne-Thomson och Comrie, utökar satsytan om ej siffrorna skall väljas alltför små och svårlästa.

I praktiken har det därför visat sig att i publikationer som är avsedda att användas utanför läroverken — och i vilka lineär interpolation alltså inte behöver ingå som ett moment i undervisningen — används vanligen tabeller som anger genomsnittliga proportionaldelar, gällande för varje tabellrad. Några differenser behöver då inte räknas ut utan man endast adderar till tabellmantissan ett tal, högst 37. Vissa tabeller omtalar i sanningens namn att interpolation i området 1—2 inte är noggrann. I själva verket blir av de 180 interpolaten i de två första raderna (om man räknar med fyrsiffriga argument) inte mindre än 95 felaktiga i fjärde siffran. Av dessa har fyra felet —2 (exaktare 1,53—1,91).

Det förekommer därför tabeller[2] som upprepar området 1—2 med tio gånger tätare argument. Härtill behövs två nya sidor, så att fördelen med tabellens ringa omfång har gått förlorad. Detta gäller i

[1] Chambers's Six-figure Math. Tables, W. & R. Chambers Ltd, Edinburgh 1948, sid. V.

[2] T. ex. L. M. Milne-Thomson och L. J. Comrie, London 1931.

LOGARITMER

	00	05	10	15	20	25	30	35	40	45	1,6	2,7	3,8	4,9
	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95				
10	0000	0022	0043	0065	0086	0107	0128	0149	0170	0191	4	9	13	17
	0212	0233	0253	0273	0294	0314	0334	0354	0374	0394	4	8	12	16
11	0414	0434	0453	0473	0492	0512	0531	0550	0569	0588	4	8	11	15
	0607	0626	0645	0663	0682	0700	0719	0737	0755	0774	4	7	11	15
18	2553	2565	2577	2589	2601	2613	2625	2636	2648	2660	2	5	7	9
	2672	2683	2695	2707	2718	2730	2742	2753	2765	2776	2	5	7	9
19	2788	2799	2810	2822	2833	2844	2856	2867	2878	2889	2	4	7	9
	2900	2911	2923	2934	2945	2956	2967	2978	2989	2999	2	4	6	9
26	4150	4158	4166	4175	4183	4191	4200	4208	4216	4224	2	3	5	7
	4232	4241	4249	4257	4265	4273	4281	4289	4298	4306	2	3	5	7
27	4314	4322	4330	4338	4346	4354	4362	4370	4378	4385	1	3	4	6
	4393	4401	4409	4417	4425	4433	4440	4448	4456	4464	2	3	5	6
28	4472	4479	4487	4495	4502	4510	4518	4526	4533	4541	2	3	5	6
	4548	4556	4564	4571	4579	4586	4594	4601	4609	4616	2	3	5	6
29	4624	4631	4639	4646	4654	4661	4669	4676	4683	4691	2	3	5	6
	4698	4706	4713	4720	4728	4735	4742	4749	4757	4764	1	3	4	6

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
30	4771	4786	4800	4814	4829	4843	4857	4871	4886	4900	1	3	4	6	7	9	10	11	13
31	4914	4928	4942	4955	4969	4983	4997	5011	5024	5038	1	3	4	5	7	8	10	11	12
32	5051	5065	5079	5092	5105	5119	5132	5145	5159	5172	1	3	4	5	7	8	9	11	12
33	5185	5198	5211	5224	5237	5250	5263	5276	5289	5302	2	3	4	5	7	8	9	11	12
34	5315	5328	5340	5353	5366	5378	5391	5403	5416	5428	1	2	4	5	6	7	9	10	11
45	6532	6542	6551	6561	6571	6580	6590	6599	6609	6618	1	2	3	4	5	6	7	8	9
46	6628	6637	6646	6656	6665	6675	6684	6693	6702	6712	1	2	3	4	5	6	7	7	8
47	6721	6730	6739	6749	6758	6767	6776	6785	6794	6803	1	2	3	4	5	6	6	7	8
48	6812	6821	6830	6839	6848	6857	6866	6875	6884	6893	1	2	3	4	5	6	7	8	8
49	6902	6911	6920	6928	6937	6946	6955	6964	6972	6981	1	2	3	3	4	5	6	7	8
70	8451	8457	8463	8470	8476	8482	8488	8494	8500	8506	1	1	2	3	3	4	4	5	6
71	8513	8519	8525	8531	8537	8543	8549	8555	8561	8567	1	1	2	2	3	4	4	5	5
72	8573	8579	8585	8591	8597	8603	8609	8615	8621	8627	1	2	2	3	3	4	5	5	6
73	8633	8639	8645	8651	8657	8663	8669	8675	8681	8686	1	1	2	2	3	4	4	5	5
74	8692	8698	8704	8710	8716	8722	8727	8733	8739	8745	1	1	2	2	3	4	4	5	5

© *Arne Ölander 1956*

ännu högre grad tabeller som anger logaritmerna för *alla* tal från 1000 till 9999[3] i vilka man emellertid slipper alla interpolationsfel.

Det tycks föreligga ett definitivt behov av en fyrställig logaritmtabell med minsta möjliga omfång och minsta möjliga interpolationsarbete. Uppgiften är då att göra den bekvämare vid användandet än den konventionella tabellen och om möjligt även noggrannare.

Någon förbättring vinnes genom att dela de första tio raderna i halvor som tilldelas var sina proportionaldelar.[4] En hel del utrymme lämnas då outnyttjat i tabellen och arbetet vid dess användande blir detsamma.

En radikal åtgärd för att förbättra den vanskliga delen av tabellen

[3] T. ex. H. Schubert och R. Haussner, Sammlung Göschen Bd 81.

[4] T. ex. J. R. Partington och S. K. Tweedy, Calculations in Physical Chemistry, Blackie & Son Ltd, London and Glasgow 1928, sid. 144—145.

är att välja *halva* det gängse argumentavståndet, som synes av det utdrag ur en sådan tabell som återges på sid. 26. Den första raden ger då mantissorna för talen 1000—1005—1010— ... 1045, den nästa för 1050—1095 osv. Genom att de tio kolumnerna grupperats två och två med gemensam tredje siffra i argumentet torde tabellen vara lätt att hitta i. Tabellhuvudet blir dubbelt, vardera siffran däri refererar till varannan rad i tabellen. Om interpolationen inte sker efter uträkning av differenser, utan genom angivna tillägg, erbjuder den inga svårigheter. Proportionaldelstabellen har nu blott fyra kolumner och är därför lättare att hitta i än den vanliga; största siffran att addera är 17 i st. f. 37, varför arbetet vid huvudräkningen blir mindre. Även dess tabellhuvud har, med universitetsstudenter som försökskaniner, visat sig vara lättbegripligt. (Det finns tabeller som har proportionaldelstabeller med fem kolumner men därvid låter folk subtrahera; detta är verkligen inte att rekommendera. Tabeller skall vara bekväma även för dem som inte har stor träning i huvudräkning.)

Den gängse tabellen har 45 rader på varje sida jämte tabellhuvud. Nu föreliggande tabell har det tätare intervallet upp till $x=3$, vilket ger 55 rader på vardera sidan. De är således i alla fall mindre belastade än i de ofta förekommande trigonometriska tabeller, som delar graden i minuter och då har 61 rader per sida.

Det mindre intervallet i området 1—3 är naturligtvis ägnat att minska såväl interpolationsarbetet som interpolationsfel. Men de senare kan minskas icke oväsentligt även genom en annan åtgärd.

I den konventionella tabellen är proportionaldelarna beräknade på följande sätt, som exemplifieras för rad 72. Tabellen ger log 72=1,8573 och log 73=1,8633. Exaktare värden är 1,8573 3250 resp. 1,8633 2286. Differensen 0,0059 9036 multipliceras med talen 0,01—0,09 och avrundas till fjärde decimalen. Man får då siffrorna 1122 3 4455, som läsaren återfinner i tabeller av denna typ. Vid beräkning av log 7204, log 7214 osv. adderas alltså 2 till tabellens mantissor för log 720, log 721 osv.

Detta vore nu gott och väl om sistnämnda mantissors avrundningsfel i medeltal var=0, men så är ej fallet. Medeltalet av de tio fyrställiga mantissorna på rad 72 är hela 0,35 enheter i fjärde siffran *mindre* än medeltalet av deras exaktare värden. Detta är ett skolexempel på äldre tiders fel att statistiskt behandla även små populationer som om de var oändligt stora.

Många interpolationsfel kan därför elimineras genom att proportionaldelarna korrigeras. På rad 72 skall de sålunda ökas med 0,000035 *innan* de avrundas till fjärde siffran. (På några rader måste denna korrektion beräknas med mer än två siffror.) Man erhåller nu, som synes av utdraget, proportionaldelarna 1223 3 4556 i st. f. dem som angavs ovan.

Av de 90 interpolaten på ifrågavarande rad blev tidigare 37 en enhet för små i fjärde siffran, men med de nya tilläggen blir blott 3 fel, nämligen en enhet för stora, vilket är en väsentlig förbättring.

På rad 48, där differensen av medeltalen av tabellmantissorna och deras exaktare värden är 0,36 i fjärde siffran, hade man tidigare 39 för små interpolat, men med de nya tilläggen blir 6 för stora och 5 för små, vilket även det är en stor förbättring. På de rader där bara någon enstaka proportionaldel ändras blir naturligtvis förbättringen måttligare eller kanske ingen.

Till den nu angivna beräkningsmetoden måste ett par kommentarer göras. De nya proportionaldelarna ger icke minsta möjliga *antal* fel i fjärde decimalen. Däremot ger de ganska nära minsta summan av avrundningsfel, och detta är viktigare. På raden 195 finns en särskilt stor diskrepans mellan dessa två önskemål. Det i tabellen angivna tillägget 9 ger blott 3 interpolat som är riktiga i fjärde siffran medan 7 är en enhet därav för stora. Men algebraiska summan av avrundningsfelen är 3,46 enheter och av deras absoluta belopp 4,90. Valde man tillägget 8, som ger 7 riktiga interpolat, blir felsumman 6,54, således avsevärt större, och med alla felen av samma tecken — därav 7 mellan 0,25 och 0,5 och 3 större än 1. Det förhåller sig nämligen så att t. ex. log 1974 har mantissan 295 347 och det spelar verkligen ingen större roll om detta avrundas till 2953 eller 2954 — felet är nästan lika stort i båda fallen. Men det betyder mycket mera om log 1959=3,292 034 avrundas till 2919 eller 2920.

Ett annat sätt att beräkna en proportionaldel vore att dra summan av de tio fyrställiga mantissorna på en rad från summan av de tio interpolatens exakta värden; resultatet skulle bli tio gånger proportionaldelen. Man kanske kunde påstå att detta skulle bli något exaktare. Skillnaden blir naturligtvis obetydlig mellan de två beräkningsmetoderna, så att efter avrundningen får man samma resultat — utom i ett par fall då proportionaldelen ligger mycket nära en halv enhet i fjärde siffran. Sålunda blir på rad 27 en proportionaldel beräknad till 4,499 806 enligt den först angivna förbättrade metoden, men till 4,501 566 enligt den sistnämnda. Dessa tal är så lika att de tio interpolatens felsumma är praktiskt taget densamma, vare sig man skulle avrunda till 4 eller till 5. Icke desto mindre ger tillägget 4 nio riktiga interpolat, men 5 bara ett. Detta beror på att i första fallet ett flertal avrundningsfel är mycket nära 0,5, ända till 0,4979, samt ett enda så stort som 1,1673. Eftersom summan av felen är nästan densamma (även om man adderar absoluta beloppen) är det ingen tvekan att fyrans estetiska förtjänst att ge nio i fjärde siffran rätta interpolat skall få fälla utslaget i valet.

På rad 11 står på samma sätt valet mellan värdena 11 och 12 (11,491 100 resp. 11,501 387). Det förra ger 7 interpolat rätta i fjärde siffran, så valet är även här lätt. På rad 49 har man att välja mellan 3 och 4 för den fjärde proportionaldelen (3,499 265 resp. 3,501 393). Båda värdena ger 5 rätta interpolat. Då får man väl låta utslaget fällas av önskvärdheten att alla proportionaldelarna beräknas på samma sätt.

De flesta torde bli överraskade då jag konstaterar att interpolation med proportionaldelar beräknade ur individuella differenser mellan

successiva tabellvärden icke är mycket noggrannare än användandet av genomsnittliga proportionaldelar, särskilt om dessa blivit korrigerade så som nyss sagts — bortsett från de gamla tabellernas område 1—2. På de förut omnämnda raderna 72 och 48 erhålles sålunda, då man interpolerar med differenser, 37 resp. 29 interpolat som alla är en enhet för små. Något som ger en tendens till för höga värden är konventionen att alltid höja 0,5 till närmast högre enhet då man rundar av. Det torde bara vara experter på tabellräkning som rundar av neråt då närliggande differenser är en enhet mindre än den man för ögonblicket arbetar med. Det får därför anses vara fair play att jämföra felen i på vanligt sätt interpolerade värden (i kolumnen »differenser» nedan) med den gamla och nya tabellens resultat med genomsnittliga proportionaldelar. Sammanställningen ger antalet fel i fjärde siffran samt deras fördelning på positiva och negativa fel. Hela antalet interpolat utgör i de äldre tabellerna 8100 och i den nya 7900.

Sammanställning av interpolationsfel

område	gamla tabellen		nya tabellen		differenser	
1— 2	358	156 + 202 —	182	91 + 91 —	164	100 + 64 —
2— 3	245	131 + 114 —	179	100 + 79 —	202	127 + 75 —
3— 4	225	93 + 132 —	199	85 + 114 —	184	100 + 84 —
4— 5	224	91 + 133 —	192	90 + 102 —	142	59 + 83 —
5— 6	225	135 + 90 —	225	120 + 105 —	162	102 + 60 —
6— 7	231	137 + 94 —	217	115 + 102 —	207	146 + 61 —
7— 8	245	113 + 132 —	207	114 + 93 —	214	115 + 99 —
8— 9	231	137 + 94 —	203	133 + 70 —	219	211 + 8 —
9—10	236	98 + 138 —	226	104 + 122 —	178	144 + 34 —
1— 3	603	287 + 316 —	361	191 + 170 —	366	227 + 139 —
3—10	1617	804 + 813 —	1469	761 + 708 —	1306	877 + 429 —
1—10	2220	1091 + 1129 —	1830	952 + 878 —	1672	1104 + 568 —

Som synes blir med den nya tabellen 390 flera interpolat riktiga i fjärde siffran. Största delen eller 242 kommer på den del av tabellen där argumentintervallet minskats, men även i resten av tabellen vinner man 148 rätta interpolat — utan ökat arbete — genom att 48 proportionaldelar av 630 ändrats.

Märk att när man interpolerar med hjälp av differenser blir fortfarande 1672 interpolat fel i fjärde siffran. Det större arbetet resul-

terar sålunda bara i en ytterligare vinst av 158 rätta värden, och denna vinst är något mindre än den ser ut eftersom fördelningen på positiva och negativa fel är mycket ojämnare än vid tabellerna med genomsnittliga proportionaldelar.

Det förefaller att den nya tabellen ligger ganska nära optimum av vad man kan få ut ur en två sidors fyrställig tabell med minsta möjliga arbete. Skall man få ut mer information ur en sådan måste den nog kompliceras på ett eller annat sätt varvid arbetet vid användningen ökar. Då är det lika gott att tillgripa en flerställig tabell, varav åtskilliga — från fem- till tjugutreställiga — finns i handeln till måttliga priser — eller också att skaffa sig tillgång till en räknemaskin.

Ofta trycks fyrställiga logaritmtabeller tillsammans med en antilogaritmtabell; många försmår emellertid att använda den senare. Man kan nog inte förneka att det finns en viss risk att någon vid användandet läser i fel tabell (fast risken torde vara något mindre vid nu föreliggande logaritmtabell på grund av dess avvikande utseende). Behovet av minskat argumentintervall är väl ej så trängande i denna tabell, men proportionaldelarna bör givetvis korrigeras även här. Vinsten är dock måttlig. Den nya tabellen över tilläggen ger blott 106 flera rätta interpolat än den gamla, sedan 47 av de 900 proportionaldelarna ändrats. (Liksom i logaritmtabellen medför detta i några fall en ökning av *antalet* fel i fjärde siffran, ehuru summan av avrundningsfelen blir mindre.) De båda nya beräkningsmetoderna för proportionaldelarna ger vid denna tabell alltid samma resultat efter avrundning till fjärde decimalen.

De nu beskrivna logaritm- och antilogaritmtabellerna föreligger i tryck, satta med 8 punkters Imprint, varvid satsytan blir 201×127 mm (hela sidan A5). Det här meddelade utdraget ger en uppfattning av logaritmtabellens vänstra sida, ehuru förminskat (i skalan 4:5) och därför mindre lättläst än originalet. Då de flesta läsare är konservativa och kännedomen om modernt uppställda matematiska tabeller är rätt liten i vårt land, är det skäl att påpeka att särskilt engelsk nyare erfarenhet har givit vid handen att tabeller utan linjer mellan kolumnerna är ojämförligt mindre tröttande för ögat och tar blott obetydligt mer utrymme, då de uppställs på ett genomtänkt sätt.

Då som ovan nämndes antilogaritmtabellen kan umbäras, har förf. till tjänst för sina studenter även låtit trycka en upplaga av logaritmtabellen, där baksidan upptar en samling fysikalisk-kemiska och andra konstanter jämte periodiska systemet med 1955 års atomvikter. Båda slagen av tabeller distribueras av H. Lindståhls bokhandel, Stockholm. Priset är 1 kr.

En bestämning av smältpunkten för tenn

Av lektor G. Starck, Stockholm

Av alla metaller som behandlas vid den elementära undervisningen har, om alkalimetallerna undantagas, tenn den lägsta smältpunkten. Det kan därför vara av ett visst intresse att demonstrera eller låta eleverna själva utföra en bestämning av denna lättillgängliga konstant. Att upptaga en avsvalningskurva med en i smältan nedsänkt termometer är riskabelt för termometerns bestånd. Man kan visserligen skydda termometerkulan mot den stelnande metallens tryck genom att omge den med en kopparhylsa, men man inför därmed nya obestämda felkällor.

Ett gammalt minne gav impulsen till ett annat sätt att bestämma tennets smältpunkt. För snart femtio år sedan utförde jag som ett led i en undersökning av jodångans dissociation vid höga temperaturer en kalibrering av ett le Chateliers termoelement, platina/platinarodium, och en i celsiusgrader indelad Siemens galvanometer. Som en av de termometriska fixpunkterna användes smältpunkten för guld.

Bestämningen tillgår så att termoelementets trådar klippas av vid lödstället och genom svetsning förenas med 1 à 2 mm lång tråd av guld. De nya termoelektriska spänningar, som härigenom införas, Pt/Au och Au/PtRh summeras till en oförändrad spänning Pt/PtRh. Lödstället upphettas i elektrisk ugn, medan termoelementet är anslutet till galvanometern och det andra lödstället hålles vid bekant temperatur, t. ex. 0°. Då guldet smälter brytes strömmen, och galvanometerns utslag vid avbrottet avläses.

Samma idé, att påvisa smältning genom strömavbrott, användes i nedan beskrivna anordning, som kan användas för bestämning av tenns smältpunkt. Guldtråden ersättes av en tennbrygga, som upphettas i ett vätskebad, vars temperatur bestämmes med termometer. En strömkrets genom bryggan innehåller en strömkälla och som indikator en liten glödlampa (eller ett mätinstrument). Då tennet smälter slocknar lampan; samtidigt avläses temperaturen i brottställets omedelbara närhet. — Man torde observera att i den först beskrivna anordningen skötte galvanometern den dubbla uppgiften att ange temperaturen och påvisa strömavbrottet.

Apparaten består av ett pyrexprovrör, 24 × 150 mm, tillslutet med en kork, två stadiga koppartrådar, böjda så att de skiljas av ett luftgap om 1—2 mm, och en termometer till 360°.

Lämplig badvätska för en så låg temperatur som det här gäller är fenyleter (difenyloxid), $(C_6H_5)_2O$, som smälter vid +28°, kokar vid 259° dvs. 27° över tennets smältpunkt, en fullt tillräcklig marginal. Fenyleter har den goda egenskapen att den förblir färglös även efter upphettning. Detta i motsats till difenylamin, som smälter vid 59°, kokar vid 302° och sålunda utvidgar området uppåt, men redan efter en första upphettning blir ogenomskinligt svart. Det är nu visserligen oväsentligt, eftersom det inte är tennet som skall visuellt iakttagas utan lampan. Med difenylamin som badvätska kan man bestämma även vismuts smältpunkt, 271°, medan bly fordrar att man tillgriper antracen, smältpunkt 217°, obekvämt hög, kokpunkt 354°.

En liten bit tenn smältes till en droppe på ett upp och nedvänt degellock; koppartrådarnas ändar etsas med saltsyra, neddoppas i tenndroppen och upptagas så att man får trådarna förenade av fast tenn. Apparaten sammansättes enligt figuren, lampan tändes och badet värmes, långsamt då man närmar sig smältpunkten och under ständigt aktgivande på temperaturen. Resultat mycket goda.

Man kunde tänka sig att utsträcka undersökningen till att omfatta även tillståndsdiagrammet för en binär legering. Nå, »tillståndsdiagram» är nu rätt pretentiöst att säga, eftersom det endast är punkter på liquiduskurvan, som man med denna metod bestämmer. Ett åtkomligt system är vismut—tenn, vars tillståndsdiagram tillhör den typ, som Bakhuis Roozeboom kallar grupp IV och som kännetecknas av att komponenterna i smälta visa fullständig ömsesidig löslighet, i fast form fullständig ömsesidig olöslighet. Systemet bly—tenn tillhör väsentligen samma grupp. Om badvätskan är fenyleter, kan man bestämma smältpunkter för vismut—tenn-blandningar med 10—100 % tenn, för bly—tenn-blandningar med 25—100 % tenn. Men tanken härpå förefaller äventyrlig; dock borde det vara möjligt och lärorikt att bestämma smältpunkten för ett eutektikum, för vismut—tenn med 56 % tenn, smältpunkt 135°, för bly—tenn med 63 % tenn, smältpunkt 181°.

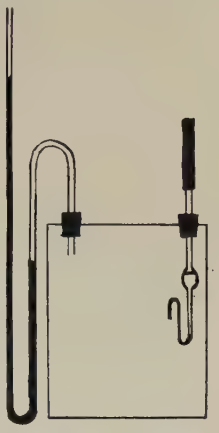
Det bör nämnas att det har inträffat att metallen har smält men inte fallit ned, att strömmen inte brutits m. a. o. Det har berott på att metallbryggan har varit för kort och för lätt. Man bör därför se till att metalldroppen får en tillräcklig storlek och tyngd. Detta missöde tycks emellertid endast inträffa vid arbete med legeringar, ej med rena metaller.

Notiser

En apparat för studium av ångbildning i luft

Apparatens konstruktion framgår av figuren. Den öppna kvicksilvermanometern i ena flaskhalsen medger mätning av övertryck upp till 450 mm Hg. Droppipetten i andra flaskhalsen är ett glasrör som är utdraget till en kapillär, omböjt i ena änden och försett med en gummihuv i den andra. En glaskolv av erlenmeyertyp med sidorör (sugflaska) lämpar sig bra som ersättning för flaskan.

Följande är hämtat ur en laborationsredogörelse. Eter insögs i pipetten som därefter insattes. En försiktig tryckning på gummihuven gjorde att en eterdroppe föll ned. Tack vare kapillären blev droppen mycket liten och avkylningen vid dess avdunstning obetydlig. För varje droppe avlästes tryckändringen. Den blev för var och en av dropparna nr 1—15 mellan 3,5 och 4 mm. Tryckökningen blev alltså densamma för varje droppe i överensstämmelse med gaslagarna. I fortsättningen avtog tryckökningen långsamt på grund av inträdande avkylning. För dropparna nr 35—44 blev den sammanlagt 33 mm och för nr 45—54 blev den 27 mm. Efter ungefär 100 droppar slutade trycket att stiga. Övertrycket var då 305 mm.



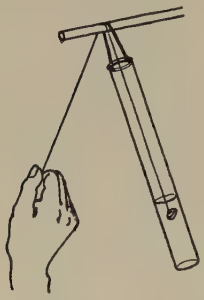
Efter detta försök borttogs manometern och pipetten. Några viftningar med flaskan bortskaffade eterångorna. En annan pipett fylldes med alkohol och försöket upprepades. Tryckökningarna blevo nu ungefär 10 gånger mindre.

I den ånyo rengjorda flaskan insattes en öppen vattenmanometer och andra flaskhalsen tillslöts. Trycket steg 1 mm på 3 min beroende på avdunstning från manometern. En pipett fylldes med vatten och åtskilliga droppar fingo falla ned. Trycket steg långsamt 8 mm. Följande droppar gåvo ingen ökning. Då rumstemperaturen var 20°, blev slutsatsen, att luften i flaskan från början innehöll vattenånga av trycket 17,5— 8 mm. I den med vattenånga mättade luften nedhängdes i stället för pipetten ett litet preparatrör med koncentrerad svavelsyra. Efter några minuter avlästes ett undertryck på 11 mm. Slutligen fick eter avdunsta i flaskan medan vattenmanometern var insatt. Varje eterdroppe, vars diameter rörde sig om 1—1,5 mm jagade upp vattenpelaren ca 50 mm, och ett tiotal droppar drevo ut den helt.

Hj. Trane

Matematisk og fysisk pendul

Til et glasrør, der foroven er forsynet med en glaskrave, binder man en bøjle af tyk kobbertråd. Bøjlen hænges op på en vandret stativstang som vist på figuren. Man sætter glasrøret til at svinge og har så *et fysisk pendul.*



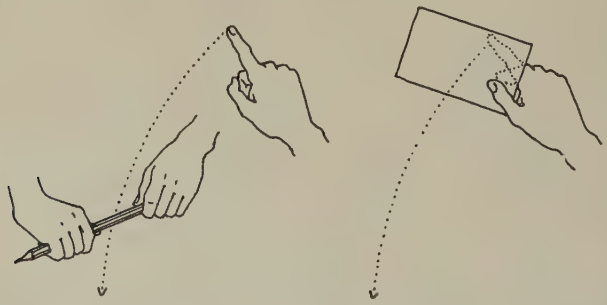
En sytråd bindes til et 1 g-lod, og man sænker det ned i glasrøret, hvorved loddet også kommer i svingninger. Loddet og tråden er et *matematisk pendul.* Man hører stadig loddet, idet det støder mod glasrørets inderside. Når loddet befinder sig i en ganske bestemt dybde, hører man ikke mere stødene. Det må skyldes, at de to penduler har samme egensvingningstid.

Man sætter en elastik om glasrøret ved den fundne stilling. Afstanden fra omdrejningsaksen til elastikken er *den reducerede pendullængde,* og man ser, at denne afstand er større end afstanden fra omdrejningsaksen til glasrørets tyngdepunkt. *Frode Hjerting*

Et forsøg over træghed

En sædvanlig lang blyant holdes fast mellem to hænder. Dersom en anden person presser ind mod blyanten med en pegefinger, vil han antagelig kunne flytte blyanten.

Anderledes går det, hvis fingeren bevæges meget hurtigt. Føres fingeren i pilens retning, som vist på venstre figur, får blyanten på grund af sin træghed slet ikke tid til at flytte sig, og den knækker. Fingeren tager ingen skade!



Vil man gøre forsøget lidt mere effektfuldt, kan man holde en (helst ny) pengeseddel i hånden, som vist på højre figur. Pengesedlen er tænkt gennemsigtig. Idet man fører hånden ned, flytter man pegefingeren til den punkterede stilling, hvorved blyanten som før omtalt

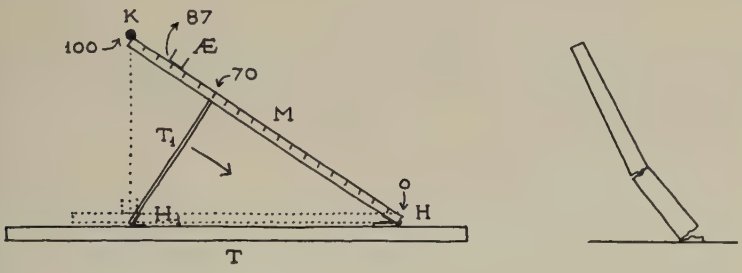
knækkes over med fingeren. Bevægelsen går så hurtigt, at tilskuerne ikke ser, at man flytter fingeren. Pengesedlen tager ingen skade, og det ser ud, som om det er den, der har knækket blyanten over.

Frode Hjerting

Forsøg med en faldende kugle

T er en træplade, hvor man har fastskruet et hængsel H, hvoromkring meterstokken M kan dreje sig. T_1 er en anden træplade (45 cm lang), der kan dreje sig om hænglet H_1, 81 cm fra H. Æ er en æske uden låg; den er fastskruet til målestokken ud for 87 cm, og den har højden 6 cm.

Træpladen T_1 stilles som vist på figuren, så den støtter mod meterstokken ud for tallet 70. I målestokkens øverste ende er der lavet en fordybning, hvori stålkuglen K kan hvile. Man giver T_1 et hurtigt slag i pilens retning; målestokken falder herved ned, og kuglen havner i æsken Æ.



Meterstokken danner kun en lille vinkel med det vandrette plan. Forholdene er omtrent, som hvis målestokken var vandret, og dette vil vi regne med. Punkt H ligger fast. Et eller andet punkt på målestokken falder med en acceleration g lig tyngdens, og så må den yderste del af meterstokken bevæge sig med en acceleration, der er større end g. Det betyder, at det yderste af stangen falder hurtigere end kuglen K. Æsken Æ er naturligvis anbragt på et sådant sted af meterstokken, at æskens slutstilling er lige under kuglens begyndelsesstilling.

Når en høj fabriksskorsten væltes, vil de yderste dele bevæge sig med en meget stor acceleration. Hertil kræves store kræfter, som kommer fra de nedre dele af skorstenen. Når skorstenen har drejet sig en vis vinkel, kan kræfterne ikke mere blive tilstrækkelig store, og skorstenen brækker over. De yderste dele kommer herefter bagud i bevægelsen. På forhånd ville man vel have antaget, at de yderste dele havde været foran i bevægelsen.

Frode Hjerting

Framställning av acetylen

I en uppsats med rubriken »Kemiska försök med en ljusbåge» (Elementa *34*, 157, 1951) har jag visat att man kan framställa acetylen genom att låta en ljusbåge mellan kolelektroder brinna i vätgas:

$$2C + H_2 \rightarrow C_2H_2.$$

Betydligt bättre resultat erhåller man genom att tända ljusbågen i metangas:

$$C + CH_4 \rightarrow 2C_2H_2.$$

Metan, framställd av aluminiumkarbid och vatten, leddes genom den i nämnda uppsats beskrivna lilla elektriska ugnen, därifrån genom en tvättflaska med ammoniakalisk koppar(I)kloridlösning och slutligen till en fjärilsbrännare, där den antändes. Då ljusbågen tändes, erhölls omedelbart en röd fällning av koppar(I)acetylid i tvättflaskan och lågan, förut nästan färglös, blev lysande.

Metan kan med ännu bättre resultat helt enkelt ersättas med lysgas, ehuru det då kan vara ovisst om vätgas eller metan eller bägge gaserna reagerar med kolet.

Slutligen kan man påvisa bildning av acetylen, då en bunsenlåga har slagit ned och brinner endast från injektorn. Om avgaserna sugs genom en tvättflaska med samma kopparlösning erhålles även nu reaktion på acetylen. *G. Starck*

Syrehalt i rent och förorenat vatten

Vid genomgången av manganföreningar försummar jag aldrig att visa deras användning för att bestämma i vatten löst syre enligt Winklers metod i något förenklat utförande. En 500 ml mätkolv med glas- eller kautschukpropp fylles till märket med vattenledningsvatten. Man tillsätter 2 ml 0,5 M $MnSO_4$ och 2 ml 2 M NaOH, tillsluter och blandar innehållet. Det bildas omedelbart en vit fällning av $Mn(OH)_2$, som av det lösta syret snabbt oxideras till $Mn(OH)_3$ och $MnO(OH)_2$. Redan efter några få minuter är oxidationen avslutad (enligt Winkler 10 minuter, en rikligt tilltagen tid) och kolvens innehåll tömmes i en 600 ml bägare, som i förväg beskickats med 1 g kaliumjodid och 10 ml 4 M HCl. Den bruna manganfällningen löses upp och frigör en ekvivalent mängd jod, som bestämmes genom titrering med 0,1 N tiosulfat. Härav åtgår ca 6 ml, om vattnet (av 15°) är mättat med syrgas med ett partialtryck i luft av $^1/_5$ atmosfär.

Det finns ju en vattenfråga i Sverige, och det kan vara skäl att i detta sammanhang belysa oorganiska och organiska föroreningars inverkan på den livsviktiga faktor, som vattnets syrehalt utgör. Jag har sålunda ersatt det ovan beskrivna försöket med följande. Tre mätkolvar om 500 ml fylles med vattenledningsvatten till märket. Kolven nr 1 tillslutes i befintligt skick; dess vatten skall användas till

jämförelse. I nr 2 ersättes 10 ml vatten av 10 ml H_2S-vatten och i nr 3 av 10 ml urin. Nr 2 och 3 tillslutes och deras innehåll omblandas. Efter 24 timmar eller mer bestämmes syrehalten i alla tre på ovan angivet sätt. I nr 2 finns möjligen ännu något syre kvar beroende på H_2S-vattnets koncentration, men i varje fall mindre än i nr 1. I nr 3 bör allt syre vara borta, som framgår redan därav att den vita fällningen av $Mn(OH)_2$ inte mörknar.

Andra föroreningar kan prövas eller vatten hämtas direkt ur ett avloppsrör eller en kloakmynning.

Även om man framhåller att de här beskrivna försöken genom den stora koncentrationen av föroreningar ger en överdriven bild av verkligheten, utom i vissa, i dagspressen redovisade extrema fall, skänker de eleverna en åskådlig och nyttig föreställning om de faror som hotar våra naturliga vatten i form av en tilltagande förskämning genom avfallsvatten från fabriker och samhällen. *G. Starck*

Aktuellt

Föreningen i Lund för matematisk-naturvetenskaplig undervisning

sammanträdde under ordförandeskap av lektor A. Leide lördagen den 24 och söndagen den 25 november 1956. Mötet, som helt ägnades åt kemi bevistades av ett hundratal lärare från södra Sverige. Det omfattade dels en fortbildningskurs, dels en diskussion över ämnet »Bristen på kemistuderande. Orsaker och ev. botemedel.»

Den förra delen av programmet utgjordes av ett synnerligen intressant översiktsföredrag av den nyutnämnde professorn i biokemi i Lund, Gösta Ehrensvärd, över »Organisk-kemiska metoder för syntes och nedbrytning av isotopmärkta substanser», samt av demonstrationer över moderna analytiska och fysikaliskt-kemiska metoder.

Laborator Karl Johan Karrman och fil. lic. Einar Bladh behandlade »Moderna mikrometoder för organisk elementaranalys» och »Vattenbestämning enligt Karl Fischer». Åhörarna konstaterade, att den senare analysen skulle kunna utföras som enskilt arbete i kemi eller som kombination fysik-kemi (i sistnämnda fallet även innefattande byggandet av apparatur för elektrometrisk titrering).

Docent Stig Sunner och fil. lic. Lars Bjellerup behandlade »Olika metoder och apparater för bestämning av förbrännings- och reaktionsvärme». Förbränningskalorimetri har bedrivits i Lund under tre decennier och man förfogar nu över ett laboratorium som är i sitt slag enastående i Skandinavien.

Adjunkt Tage Holm visade »Halvmikroanalys och dess användning vid skolundervisningen». Han påpekade, att genom användning av halv-

mikrometoder vid den kvalitativa analysen i skolan skulle mycken tid kunna vinnas och stora besparingar av kemikalier kunna göras.

Firma Kistner hade anordnat en utställning över den standardapparatur, som erfordras för halvmikroanalys.

Docent Sten Ahrland och ingenjör Kjell Rosengren behandlade »Papperskromatografi och papperselektrofores». Det visade sig, att även inom detta moderna analysområde kan vissa enkla men ur analytisk synpunkt lärorika försök utväljas, som kan införas i den mera avancerade kemiundervisningen på gymnasiet. Den apparatur som erfordras för papperselektrofores behöver inte bli dyrbar.

Diskussionen om bristen på kemistuderande utgjorde ett betydelsefullt inslag i programmet. Ett referat av i denna framförda synpunkter kommer att ges i tidskriftens följande häfte. *Stig Andersson*

Föreningen för matematisk-naturvetenskaplig undervisning

hade sitt ordinarie årsmöte i Stockholm den 4—5 januari 1957. Föreningen hade inbjudit tre nordiska gäster: rektor S. Sikjær, Köpenhamn, lektor A. Kullerud, Oslo, och lektor L. Kotkatlahti, Helsingfors. Till nya medlemmar av styrelsen valdes rektor Erik Eklund och adjunkt Anna Nordberg efter rektor Verner Sahlström och rektor Torsten Wetterblad som avsagt sig. Platsen efter rektor Monica Aurivillius, som även undanbett sig återval, gjordes vakant.

Vid årsmötet demonstrerades fysikmateriel av adjunkt Göran Holmström, Göteborg, som visade användningen av radiorör, och av lektor Ernst Knave som beskrev transistorn och demonstrerade dess användning som förstärkare. Professorerna Erik Ingelstam och Bertil Hallert talade om nya optiska mätmetoder, och mötesdeltagarna fick därefter göra en rundvandring genom Tekniska högskolans institutioner för optisk forskning och fotogrammetri.

På lördagen höll docent Roland Kiessling föredrag om energiproducerande atomreaktorer och redogjorde för framställning av ren uranmetall. Doc. Kiesslings föredrag kommer att ges ut som en del i föreningens pedagogiska skriftserie. Efter doc. Kiesslings föredrag fick mötesdeltagarna göra besök hos AB Atomenergi, en mindre grupp av huvudsakligen kemister vid AB Atomenergis kemiska avdelning vid Lövholmsvägen, och ett 70-tal vid reaktorn vid Drottning Kristinas väg. De flesta stockholmare måste dock tyvärr vänta med besöket vid uranreaktorn. Styrelsen hoppas att under våren kunna ordna en visning av reaktorn för de föreningens medlemmar i Stockholm och närmaste omnejd som inte nu kunde beredas tillfälle därtill.

Efter lunchpaus talade föreningens danske gäst, rektor Sikjær, om relativitetsteorien i skolan. Rektor S. kommer att skriva härom i Elementa.

Årsmötet hölls på Kungl. Tekniska högskolan och var mycket talrikt besökt. Inalles torde ca 175 personer varit närvarande. Under mötesdagarna hade utställningar anordnats av Lindståhls bokhandel, Rudolph Grave, Norstedts skolmaterielavdelning och Gumperts skolmateriel i Göteborg. *Bror Gustaver*

Svenska Kemistsamfundets Berzeliusdagar 3—4 januari 1957

Det uppmuntrande resultatet av förra årets start — se Elementa 39(1956) 44 — hade föranlett Svenska Kemistsamfundet att även i år anordna en liknande två dagars kemikurs för elever i realgymnasiernas två högsta ringar. Denna gång hade inbjudits även elever från ganska avlägsna orter, från Skellefteå i norr till Malmö i söder. Dessa långväga deltagares resor och uppehälle har bekostats av industrier i hemtrakten.

Ramen kring årets Berzeliusdagar var densamma som i fjol, Tekniska Museet, vars intendent, fil. dr T. Althin, var en intresserad och road värd. Museets laborator, T. Wilner, visade instruktiva experiment. Föredrag hölls av prof. J. Tandberg: »Hur och varför jag blev kemist»; prof. B. Steenberg:» Cellulosafiber och vatten — pappersmakarens två element»; prof. A. Tiselius: »Kromatografi»; direktör D. Isaksson: »Mikroorganismer, biokemi, industri och medicin»; direktör H. Bryngelsson: »Svenska planer på atomenergiens utnyttjande», Tekniska museet demonstrerades och besök gjordes vid AB Atomenergis anläggningar. Slutligen hade Stockholms Superfosfatfabrik anordnat en utställning av sina produkter. Sv. Kemistsamfundets ordförande, docent S. Brohult, välkomnade deltagarna och avslutade dagarna.

Intresset bland deltagarna var hela tiden stort och oförminskat främst tack vare de utan undantag fängslande föreläsningarna, fängslande genom ämnesval, anpassning till auditoriets ståndpunkt och briljant framförande. Det torde bli svårt för Kemistsamfundet att åstadkomma ett bättre program än årets. Men vi ser med förväntan fram mot nästa års Berzeliusdagar. *G. Starck*

Den tredje nordiska kongressen för matematik-, fysik- och kemilärare

kommer att äga rum i Stockholm och Uppsala den 4—8 aug. 1957. Inbjudare och arrangörer är Föreningarna för matematisk-naturvetenskaplig undervisning i Stockholm och Lund.

Den första nordiska kongressen av detta slag hölls i Åbo, Finland, 7—10 aug. 1951 — se Elementa 34 (1951), 49, 174 —, den andra kongressen i Århus, Danmark, 3—6 aug. 1954 — se Elementa 37 (1954) 41, 186.

Den stundande kongressen kan väntas få mycket stor anslutning. Ett preliminärt program föreligger och medföljer detta häfte som bilaga. Läsaren bör inte underlåta att ta del av detta program.

Kemistdagar i organisk kemi

anordnas i Uppsala under tiden 12—14 juni 1957 av Svenska Kemistsamfundet. En dylik konferens, den första i sitt slag, hölls i januari 1955 i Göteborg. Referat från denna konferens återfinnes i Elementas marshäfte 1955. De nu planerade dagarna bör uppmärksammas ej blott av aktiva kemister utan av bl. a. kemilärare, som här kan erhålla värdefull information.

Någon deltagareavgift kommer ej att uttagas. Arrangörerna hoppas att med hjälp av donationsmedel liksom vid föregående konferens kunna lämna resebidrag till yngre deltagare, i främsta rummet studerande.

Efter preliminär anmälan, som skall insändas snarast till docent Lennart Schotte, Kemikum, Uppsala, erhålles närmare upplysningar. Definitiv anmälan förväntas sedan före 15 april 1957.

AB Atomenergi och Atomkommittén

meddelar att man ämnar bereda forskare och studerande från utomstående institutioner arbetsmöjlighet vid reaktorn RI i Stockholm. Avsikten är att dessa skall få erfarenhet av arbete med en reaktor. Man riktar uppmärksamheten på att här föreligger ett tillfälle för t. ex. lärare att fortbilda sig inom ett aktuellt område. Arbetet kan nämligen förläggas även till sommaren med undantag av en treveckors period, då reaktorn måste vara avstängd.

Atomkommittén kan i samråd med AB Atomenergi lämna anslag till de olika slag av kostnader som kan uppkomma i detta sammanhang, sålunda för behövlig apparatur och materiel, för hjälpkrafter, för avlöning till forskare, för resor och uppehälle. Anslag till bestridande av kostnader för forskares uppehälle kan utgå i den form som i varje särskilt fall kan anses lämpligast, sålunda som lön, ersättning för mistade löneförmåner, stipendium eller dagtraktamente.

Förfrågningar rörande de forskningsmöjligheter reaktorn erbjuder och rörande andra tekniska problem i samband därmed riktas under adress AB Atomenergi, avd. för fysik, Drottning Kristinas väg 47, Stockholm Ö, telegramadress ATERGFYS, Stockholm, tel. 22 25 40, till docent Rolf Pauli. Det är nödvändigt att intresserade i mycket god tid före påbörjandet av en planerad arbetsuppgift tar denna kontakt.

Förfrågningar rörande ansökningar om anslag riktas under adress Atomkommittén, Bromma, tel. 26 90 82, till notarie R. Damstedt.

Gradualavhandlingar

Nils Starfelt, *Experimental Study of Bremsstrahlung Spectra with the Use of Scintillation Spectrometers.* (Sammanfattning av sju arbeten i Arkiv för Fysik, The Physical Review och Kungl. Fysiograf. Sällsk. i Lund Förhand.) Disp. i Lund den 12 maj 1956. Opponenter: docent S. A. E. Johansson och fil. mag. N. L. Svantesson.

De i avhandlingen ingående experimentella arbetena har utförts i Lund tillsammans med K. Lidén och N. L. Svantesson, och i Washington, D. C. tillsammans med H. W. Koch. Syftet med undersökningen har varit

(1) att mäta det differentiella tvärsnittet för utsändning av bromsstrålning dels när en atomkärna sönderfaller genom betapartikelemission (inre bromsstrålning) och dels när en elektron accelereras i fältet från en kärna eller en elektron (yttre bromsstrålning)

(2) att utveckla en teknik för mätning av bromsstrålningsspektra med användning av scintillationsspektrometer

(3) att med hjälp av en scintillationsspektrometer studera några möjligheter för praktisk användning av bromsstrålning.

Den inre bromsstrålningen är elektromagnetisk strålning, som utsänds i samband med betasönderfall, och som har en kontinuerlig spektral fördelning med samma maximalenergi som motsvarande betaspektrum. Dess intensitet är mycket låg, och ett noggrant studium av den inre bromsstrålningen har inte tidigare varit möjlig.

Resultatet av de utförda undersökningarna med isotoperna P^{32} och S^{35} visade, att de hittills accepterade teorierna för inre bromsstrålning endast är mycket grova approximationer.

Den yttre bromsstrålningen undersöktes dels för betapartiklarna från P^{32} och S^{35} och dels för elektronerna från en 50 Mev betatron. Resultaten visar här, att de förefintliga teoretiska beräkningarna är goda för höga elektronenergier och grundämnen med låga atomnummer men däremot inte för låga elektronenergier och höga atomnummer.

För att kunna tolka ovannämnda experiment fordrades kännedom om de processer som äger rum när gammastrålning absorberas i en scintillationskristall under utsändning av synligt ljus. Dessa förlopp har ägnats ett ingående studium, och en metod har utarbetats för behandling av de experimentella data som erhålles från en scintillationsspektrometer.

Slutligen har undersökts en del möjligheter för användning inom medicin och industri av bromsstrålningen och den karakteristiska röntgenstrålningen från preparat av betastrålande isotoper placerade i kontakt med radiatorer av högt atomnummer.

INGRID TORGÅRD, *Studies on particle orbits in plane models of stellar systems.* Disp. i Lund den 17 maj 1956. Opponenter: docent HENRIK KRISTENSON och laborator CARL-ERIK FRÖBERG.

Vid beräkning av en stjärnas banrörelse i ett stjärnsystem under inverkan av systemets gravitationskraft är man, till skillnad från det klassiska tvåkropparproblemet, hänvisad till rent numeriska metoder. Banan erhålles genom två integrationer, av vilka den första ger kvadraten på den radiella hastigheten, $\dot{r}^2 = f(r, F(r); c)$, och den andra $\theta = g(r, \dot{r}; c)$, där r, θ är polära koordinater i det idealiserade modellsystem, som antagits oändligt avplattat och cirkulärsymmetriskt. $F(r)$ är gravitationskraften, given i numerisk form, och c är den vid centralrörelse konstanta ythastigheten.

Banor med samma ythastighet har sammanförts till en familj. Skillnaden i $\dot{r}^2$ för två banor i samma familj är oberoende av r. Ger man i ett diagram $\dot{r}^2$ som funktion av r, kan man därför låta samma $\dot{r}^2$-kurva representera samtliga banor i en familj, om man blott förskjuter abscissaaxeln $\dot{r}^2 = 0$ för de olika banorna. Ur ett dylikt $\dot{r}^2$-diagram kan en väsentlig del av bankurvornas egenskaper utläsas utan att den andra integrationen behöver utföras. Detta kan utnyttjas dels för att nedbringa antalet räknade banor, dels för att utvälja representativa banor för integration. Med lämpligt val av abscissaaxel kan $\dot{r}^2$-diagrammen för olika familjer sammanföras till ett för hela modellen gemensamt diagram.

De första banberäkningarna grundades på F(r)-värden, för Andromeda nebulosan och den bekanta spiralnebulosan i Triangeln, som givits av Wyse och Mayall och utvidgats av författaren. Dessa modeller är rent schematiska och tillåter ej slutsatser för individuella galaxer. De har däremot kunnat användas för att studera de i en vintergata normalt förekommande bantyperna samt en del bantyper av avvikande form, som uppträder under speciella förutsättningar. För att utvidga undersökningen till vårt eget stjärnsystem bestämdes gravitationskraftens förlopp i detta ur de regelbundet ljusväxlande cepheidstjärnornas radialhastigheter. Just när denna modellbestämning avslutats, publicerades de första resultaten över gravitationskraftens förlopp i vintergatan ur radioastronomiska mätningar i 21-cm linjen. Genom att kombinera de båda materialen kunde tillförlitliga värden på $F(r)$ erhållas i ett område, som sträcker sig mellan cirka 9000 och 35 000 ljusår från systemets centrum. I denna modell har ett representativt urval av typbanor beräknats. Dessutom har banor beräknats för solen och för ett tiotal andra individuella stjärnor med välbestämda rörelsedata. Alla banor i denna modell liksom en del av de tidigare har beräknats med den elektroniska räknemaskinen BESK.

Gradualavhandlingar

Arnold Lundén, *Isotope Enrichment by Countercurrent Electromigration in Molten Salts.* (Delvis en sammanfattning av sex arbeten i Z. Naturforschg. 1952—1956.) Disp. vid Chalmers tekniska högskola den 16 juni 1956. Opponenter: dr A. Klemm, Mainz, tekn. dr S. Thulin, Stockholm, och civiling. O. Almén, Göteborg.

Då den elektrolytiska vandringshastigheten för en jon kan antas bero på jonens massa, gjorde man redan för omkring 35 år sedan de första försöken att utnyttja den förväntade effekten för att anrika isotoper. Det skulle dock dröja till under andra världskriget, innan positiva resultat nåddes. En forskargrupp i U. S. A. hade då framgång med sina arbeten med vattenlösningar, medan samtidigt tysken A. Klemm lyckades anrika den tunga silverisotopen vid elektrolys av fast α-AgJ. Klemm övergick sedan till att arbeta med saltsmältor, och det är huvudsakligen på detta område, som det fortsatta arbetet har bedrivits. Anledningen härtill är att hydratisationen i vattenlösningar minskar den relativa massdifferensen mellan två isotopers joner, varför isotopieffekten vanligen blir mindre i en vattenlösning än i en smälta av motsvarande salt.

I avhandlingen sammanfattas först försöksdata och resultat från de försök som hittills gjorts att anrika isotoper av Li, Cl, K, Cu, Zn, Br, Ag, Cd, Tl och Pb genom elektrolytisk jonvandring i smälta klorider, bromider och nitrater. Elektrolysen utföres i glasceller, där ett med glas- eller kvartspulver fyllt separationsrör förbinder anod- och katodrum. Genom denna anordning undertryckes konvektionsströmmar i smältan. Vanligen regenereras saltet vid den ena elektroden, t. ex. vid arbete med LiCl, genom att den vid katoden frigjorda litiummetallen kloreras, varigenom mängden LiCl hålles konstant. Man kan då tala om en motströmselektrolys, eftersom saltet strömmar från katoden, i motsatt riktning mot de positiva jonernas vandring. Eftersom den lätta isotopen ^{6}Li vandrar något snabbare än den tunga, ^{7}Li, kommer resultatet att bli en anrikning av den lätta isotopen mot katoden till och den tunga mot anoden. Om försöket göres med blott ett salt i cellen, erhålles en mätbar anrikning vid ena eller båda elektroderna, beroende på cellens utformning. En annan möjlighet är att arbeta med två salter, t. ex. LiCl och $PbCl_2$, varvid anrikningen erhålles invid den inne i separationsröret befintliga gränsen mellan de båda salterna.

Elektrolystiden varierar från ca 10 timmar till 10 dygn, varpå saltet får stelna. Efter en kemisk separation av salterna mätes isotopförhållandet i olika prov. Ur försöksdata beräknas sedan den s. k. masseffekten, som är den relativa skillnaden i isotopernas vandringshastighet dividerad med den relativa massdifferensen. På så sätt erhålles en stor-

het, som kan användas vid en jämförelse mellan de i olika saltsmältor erhållna anrikningarna.

I det föreliggande arbetet behandlas olika experimentella problem såsom utförandet av elektroderna och separationsrören. Antalet teoretiska bottnar per längdenhet har beräknats för de använda separationsrören, varvid det visar sig att detta tal är större för rör fyllda med glaspulver än för sådana med kvartspulver. Inverkan av elosmos i separationsrören diskuteras.

En jämförelse mellan de masseffekter som uppmätts för olika saltsmältor visar, att det för katjoner i halogenidsmältor föreligger ett systematiskt samband mellan masseffekterna. Detta samband kan nöjaktigt förklaras genom antagandet att jonerna »hoppar» mellan hål i en kristallgitterartad struktur. Däremot föreligger ej något motsvarande samband mellan de masseffekter, som uppmätts för anjoner.

Masseffekterna i nitratsmältor är lägre än för motsvarande katjon i en halogenidsmälta. En jämförelse mellan andra fysikaliska egenskaper hos nitrater och halogenider visar, att det ej finns någon genomgående skillnad mellan de två saltgruppernas egenskaper. Det är möjligt, att den observerade skillnaden i masseffekt kan sammanhänga med att nitratjonen är fleratomig, och att den saknar sfärisk symmetri. Det föreliggande empiriska materialet är dock för litet för att någon bestämd slutsats skall kunna dragas i detta fall.

Avhandlingens sista kapitel består av en litteraturöversikt över de försök som med olika metoder gjorts att anrika isotoper av Li, Mg, Cl, K, Ca, Cu, Zn, Ga, Br, Rb, Sr, Ag, Cd, In, Sn, sällsynta jordarter, Tl och Pb. Denna översikt visar att elektrolytisk jonvandring i saltsmältor är den statistiska anrikningsmetod, som hittills har givit de bästa resultaten, då det gäller att anrika isotoper av sådana metalliska element, vars halogenider har en god ledningsförmåga i smält tillstånd.

A. Fredrik V. Eriksson, *Polymolecularity and Molecular Shape of Methyl Methacrylate Polymers and Their Dependence on the Conditions of Polymerization.* Sammanfattning i Svensk Kemisk Tidskrift *68*, 301 (1956) av fem arbeten i Acta Chem. Scand. Disp. i Uppsala den 23 maj 1956. Opponenter: laborator Kai O. Pedersen och docent P.-O. Kinell.

I nämnda sammanfattning redogör förf. för resultaten av undersökningar över molekylformen och den molekylära sammansättningen hos polymetylmetakrylat framställt under en rad olika betingelser. Polymetylmetakrylat började tillverkas industriellt på 30-talet men först mot 40-talets slut offentliggjordes de första vetenskapliga undersökningarna. Utgångsmaterialet vid framställning av plexiglas, vilket är

polymetylmetakrylats kommersiella namn, är en färglös organisk vätska nämligen metylmetakrylat. Denna kan vid närvaro av vissa initierande system bringas att övergå till fast fas genom en polymerisationsreaktion. Vid denna process kan tre olika skeden särskiljas. Under det första stadiet sker reaktionen med en förhållandevis låg hastighet, och processen är lättillgänglig för kinetiska studier. Det andra stadiet karaktäriseras av ett mera komplicerat och »explosionsartat» förlopp. Under slutskedet bringas reaktionen att upphöra samtidigt som ämnet får sin slutgiltiga form av en glasklar fast plast. Författarens egna undersökningar har framför allt varit inriktade på att klargöra reaktionsförloppet vid medelhöga och höga konversionsgrader.

Liksom alla syntetiskt framställda plaster har polymetylmetakrylat ingen enhetlig molekylvikt, utan molekylstorlekarna fördelar sig inom ett större eller mindre intervall. År 1949 visade författaren, att polymetylmetakrylat, som isolerats från reaktionsblandningen under det första stadiet av polymerisationen, har en väsentligt mera homogen molekylär sammansättning än polymetylmetakrylat från senare stadier. Fenomenet tolkades också som en följd av den gradvis inträdande gelbildningen i reaktionsmediet. Under de senare arbetena har denna iakttagelse ytterligare befästs och undersökningen utvidgats att även omfatta ett studium av reaktionen under betingelser, då denna geleffekt inte uppträder. Så har till exempel visats, att om polymerisationen utföres i lösning erhålles en mera homogen sammansättning hos plasten. För denna del av undersökningen har bland annat Svedbergs ultracentrifug använts. Härvid har det varit nödvändigt att utarbeta nya modifikationer av denna mättekniks tillämpning för polydispersitetsbestämningar.

Författaren diskuterar även polymetylmetakrylatmolekylernas form. Genom tillämpning av moderna teorier utarbetade av Flory, Debye-Bueche, Kirkwood-Riseman och Peterlin över kedjemolekylers hydrodynamiska egenskaper i lösning visas, att även ifråga om molekylform olikheter föreligger mellan polymera molekyler bildade under olika skeden av polymerisationen.

Bokanmälningar

Ellen Gleditsch, *Antoine Laurent Lavoisier*. Gyldendal Norsk Forlag, Oslo 1956, 148 s., nkr. 15:—.

Ellen Gleditsch har genom en rad värdefulla undersökningar inom kemins, radiokemins och geokemins områden ett mycket uppskattat namn. Vid sidan av sina vetenskapliga arbeten har hon offentliggjort

flera kortare essayer bland vilka kanske de över Hans Anton Rosing, Hans Christian Örsteds kemiska arbeten och Gay Lussac skall nämnas. Hennes grundliga och på bred basis stående kunskaper i kemi jämte hennes mänskliga intresse och mänskliga inlevelseförmåga ger åt dessa biografiska skisser både charm och värde.

Detta gäller också den just nu utkomna biografin över Lavoisier. Efter en inledande skildring av Lavoisiers familjeförhållanden under barndoms- och ungdomsåren framställes i de följande kapitlen kemins ställning före Lavoisier. Här får man en utomordentlig överblick över utvecklingen av de kemiska idéerna från begynnelsen i Egypten och Grekland, över Paracelsus och Boyle fram till Lavoisiers tid. Den därpå följande beskrivningen av hans experimentella arbeten är fascinerande. Hans undersökningar över vattnets sammansättning, de banbrytande arbetena om förbränningsprocesser, vilka kulminera i förbränningsteorin, och andra viktiga upptäckter, skildras ingående.

De sista kapitlen ägnas huvudsakligen åt Lavoisiers liv och verksamhet inom andra områden. Framförallt bör nämnas hans strävan att åstadkomma praktiska förbättringar inom jordbruket samt att skaffa bönderna bättre levnadsförhållanden. Naturligtvis berättas också om Lavoisiers tragiska död under franska revolutionen.

Boken är genom sin klara och populära framställning och sitt intressanta innehåll tillgänglig för en stor läsekrets. Alla intresserade av kemiska problem, han må vara vetenskapsman, lärare eller student, kommer att läsa boken med behållning och glädje.

I betraktande av naturvetenskapens utvecklingstempo är en bok av detta slag, som visar de studerande på föregångarnas prestationer, värd att särskilt välkomnas.

Boken har av förlaget fått ett förnämligt utförande såväl i tryck som i bild. *Lise Meitner*

Carl Schalén, *Sfärisk astronomi.* Svenska Bokförlaget, Stockholm. 189 s., kr. 14: —.

I de till astronomin angränsande läroämnena har under de senaste åren utgivits flera läroböcker på svenska, avsedda för undervisningen vid de matematisk-naturvetenskapliga fakulteterna. Schaléns här recenserade bok är den första motsvarande inom ämnet astronomi. Den behandlar en gren av detta ämne som för de flesta ter sig som ett nödvändigt ont. Det är dock så att ett visst pensum av sfärisk astronomi behövs för att man skall erhålla en nödvändig bakgrund till den celesta mekaniken och de astrofysiska och stellarastronomiska ämnesgrenarna. Hittills har de studerande fått inlära den erforderliga kursen i sfärisk astronomi genom föreläsningar med tillhörande övningar samt genom att studera utländska läroböcker. De sistnämnda har an-

tingen ej täckt hela tvåbetygskursen eller också väsentligt överskridit denna, och man har därför vanligen dragit sig för att anskaffa dem.

Schaléns bok, som omfattar de ämnesavsnitt som ansetts böra ingå i ett- och tvåbetygsfordringarna för kandidat- och ämbetsexamina, fyller alltså ett länge känt behov. Genom att inledningsvis ge de nödvändiga grunderna också av den sfäriska trigonometrin, som ju svenska studenter varken lär känna vid gymnasierna eller vid den akademiska undervisningen i matematik, ersätter boken även de hittills använda framställningar härav, egentligen avsedda för navigationsskolor o. d., som ibland funnit användning.

Efter det inledande kapitlet om nyssnämnda ämne följer kapitel om fundamentalplan och koordinater i den sfäriska astronomin, om daglig rörelse och tid, om precession och nutation (varvid även »stränga formler» härleds), samt om de nödvändiga reduktionerna för refraktion, aberration och parallax. Härefter redogörs för sextantens, prismacirkelns, universalinstrumentets (teodolitens) och passageinstrumentets funktion och användning samt för de förfaranden varigenom man söker eliminera olika felkällor.

Till dessa kapitel ansluter sig ett par »tillägg». Det ena omfattar interpolationsräkningens grunder, det andra ger en framställning av hur man beräknar felen i de vunna observationsresultaten liksom av hur man lägger upp »minsta kvadratmetodens» ekvationssystem. Några sidor med övningsexempel jämte lösningar avslutar boken.

Denna lärobok bör av allt att döma underlätta ett snabbt inträngande och ett gott förstående av den behandlade ämnesgrenen. Ett stort antal geometriska figurer bidrar till det goda intrycket av en pedagogisk och väl genomtänkt framställning. *Tord Elvius*

T. Hall, *Atomer och stjärnor.* P. A. Norstedt & Söner, Stockholm 1956, 165 s., kr. 13: 50.

G. O. Jones/J. Rotblat/G. J. Whitrow, *Atoms and the Universe,* Eyre & Spottiswoode, London 1956, Pp. 254, 25 s. net.

De båda här recenserade böckerna har, som redan titlarna antyder, det gemensamt att de behandlar vissa avsnitt av vårt vetande om universum från atomernas mikrokosmos upp till galaxernas världsallt. Härvid vill författarna låta oss ana de stora sammanhangen genom att ge vissa belysande detaljer utan att därför tynga framställningen med alltför många fakta. Författarna låter sig härvid inte hindras av de gränser som utstakats mellan olika vetenskapsgrenar, och i Halls bok behandlas även områden långt utanför naturvetenskapens domäner, men vilka ändå kan ha sin betydelse för ett rätt förstående av sammanhangen.

Halls »Atomer och stjärnor» är en samling essäer om vitt skilda

ämnen, och kapitelrubriker som »Vandring på Vintergatan», »Vätebomben» och »Språng eller sammanhang — två världsbilder», är ju vad man väntar sig. Men intet mänskligt verksamhetsområde tycks lämna förf. ointresserad, och därför möter vi också bland kapitelrubrikerna sådana som »Matematiken som skön konst», »De flygande tefaten» och »Einstein och Stålmannen». Man vågar tro att bokens, av en icke föraktlig portion humor kryddade, framställningskonst icke kan lämna läsaren ointresserad. Recensenten anser, att vi här har en god premiebok, som lämpligen kan sättas i händerna även på elever som icke har naturvetenskaplig inriktning och som kanske kunde behöva få sin bildning kompletterad på ett område utanför vad man förr menade att en bildad person borde införliva med sin intressesfär.

»Atoms and the Universe» bär som underrubrik »En redogörelse för moderna synpunkter på materiens och världsalltets struktur» och har ett förord av Sir John Cockcroft, chefen för forskningsanstalten för atomenergi i Harwell. I denna bok möter vi en mera sammanhängande skildring än i Halls bok av vad man numera vet om materien i smått och i stort. Boken börjar sålunda med ett instruktivt kapitel om de kända elementarpartiklarnas ständigt växande skara och slutar med ett om universums ålder. Mellan dessa båda kapitel får man successivt veta många ting, bl. a. om atomenergi, kosmisk strålning och uppbyggnaden av fasta och flytande kroppar, innan man via en exposé av solsystemet och dess fysik förs ut till stjärnornas och den interstellära materiens domäner. I ett appendix finner vi bl. a. en översikt om teoriernas och matematikens roll vid den moderna världsbildens tillkomst. Recensenten skulle tro att denna bok, införlivad med skolornas bibliotek, kan vara fysiklärarna till stort gagn när de önskar föryngra sitt vetande inom det berörda området.

Tilläggas bör att båda böckerna har ett flertal instruktiva diagram och schematiska figurer i texten liksom en serie vackra planschsidor, som i hög grad berikar framställningen. *Tord Elvius*

Fred Hoyle, *Frontiers of Astronomy.* William Heinemann, London 1955. Pp. xvi+360, 25 s. net.[1]

Författaren, som är professor i Cambridge, utgav för sex år sedan »The Nature of the Universe», och nu har han kommit med en ny populär bok i astronomi. Som framgår av titeln behandlar han i sin nya bok områden, där astronomien gränsar till andra vetenskaper.

I de första kapitlen diskuterar Hoyle geofysiska och geologiska frågor och berör i ett par följande kapitel grunderna av atom- och kärnfysiken samt några tillämpningar av dessa, bl. a. problemet om

[1] Nu i övers. utg. av Bonniers, »Nytt ljus över universum», kr. 34: 50. (*Red.*)

jordens ålder och om energialstringen i solen. I fyra kapitel diskuteras solen och planetsystemet. Sedan ägnas några kapitel åt stjärnor av olika typer och åt stjärnornas utvecklingsgång.

Förf. övergår därefter till en diskussion om Vintergatan och andra galaxer. Här beröras även grundämnenas bildande, uppkomsten av stjärnorna samt den kosmiska strålningen och dess ursprung. Den nyaste grenen av astronomien, radioastronomien, kommer in här. De tre sista kapitlen behandla olika teorier för universum, hur dessa kunna verifieras eller motbevisas genom observationer samt slutligen lämnas utblickar från nuvarande läge inom astronomien på ännu olösta problem. Man märker, att Hoyle, som i sin bok samlar senaste vetande inom en del av fysikens och astronomiens områden, bemödar sig om att förena detta till att ge en enhetlig bild av universum.

Hoyle är en författare av hög klass. Han bygger upp sekvenser av vetenskapliga fakta och teorier, tills han kommer till en avgörande punkt, bryter av tvärt utan att tala om konsekvenserna i allt men utlovar svaret i ett kommande kapitel. Det gör att man fängslas av boken. Han skriver enkelt och klart, använder ett minimum av tekniska termer och undviker praktiskt taget helt matematiska hjälpmedel. Han framlägger i varje problem tillräckligt av grunderna, för att läsaren skall vara i stånd att tillägna sig slutsatsen. Kärnreaktioner förklaras på ett elementärt sätt, och den stellära utvecklingen är klart framställd.

Men den lätta stilen gör det svårt för läsaren att reda ut vilka påståenden, som allmänt godtas av vetenskapsmännen, och vilka, som äro författarens personliga åsikter. Ibland betonar Hoyle, att han framfört en teori, som omfattas av honom, men detta är inte alltid fallet. Läsaren kommer därför allt emellanåt i den besvärliga situationen att inte riktigt veta, vad man kan lita på. Hoyles ändamål med boken är att propagera för den kosmogoniska teori, han ansluter sig till, enligt vilken bl. a. materia skapas kontinuerligt i universum.

»Frontiers of Astronomy» rekommenderas till fysiklärare och andra med intresse för modern astronomi. Man får dock inte oreserverat acceptera de slutsatser, som ges i boken. Till dess förtjänst kan räknas ett stort antal reproduktioner av fotografier, huvudsakligen tagna vid Mt Wilson- och Mt Palomarobservatorierna. *Erik Bodén*

H. S. M. Coxeter, *The Real Projectiv Plane.* 2nd Ed., Cambridge Univ. Press, 1955, Pp. 226, 27s. 6d.

Bokens första upplaga utkom 1949 och anmäldes i Elementa 33 (1950), sid. 50. Andra upplagan företer endast smärre förändringar av en del bevis. Författaren anmärker i sitt förord, att boken kan läsas

utan andra förkunskaper än dem som inhämtas i gymnasiet. I princip kan detta vara riktigt, men problemställningar, bevisföringar och allmän idévärld i boken gör den säkerligen mycket njutbarare för en licentiatstuderande än för en nybakad student. *Sven Hilding*

M. L. Cartwright, *Integral Functions.* Cambridge Tracts in Mathematics and Mathematical Physics. N:o 44. Cambridge University Press, 1956, Pp. 135, 18s. net.

En ny bok i den välkända monografiserien Cambridge Tracts är alltid ett evenemang. Denna monografi är ägnad åt de hela funktionerna, dvs. funktioner av en komplex variabel, som äro reguljära för alla ändliga variabelvärden. Dock är titeln i någon mån missvisande, ty författarinnan kommer allt emellanåt in även på meromorfa funktioner, och för övrigt synes hennes huvudintresse vara funktioner, reguljära inom ett vinkelområde. Ämnet kan synas vara något för speciellt för en recension i denna tidskrift, men de vackra insatser, som skandinaviska matematiker alltifrån Lindelöf och Wiman gjort inom denna del av funktionsteorien, tala för önskvärdheten av att intresset för de hela funktionerna hålles vid liv.

Förf. börjar med en exposé av vissa allmänna funktionsteoretiska satser, där den Phragmén-Lindelöfska utvidgningen av maximummodyl-principen står i förgrunden. Sedan övergår hon till att behandla F. och R. Nevanlinnas berömda formel, framlagd vid femte skandinaviska matematikerkongressen i Helsingfors 1922. Denna formel uttrycker $\log|f(z)|$ för en inom ett sammanhängande område meromorf funktion $f(z)$ med tillhjälp av samma funktions värden på områdets randkurva. Såsom viktiga specialfall erhållas Poissons och Jensens formler. På ett liknande sätt härleder förf. Carlemans formel, vilken i fortsättningen kommer att spela en dominerande roll vid studiet av funktioner, som äro reguljära inom ett vinkelområde. I andra kapitlet behandlas grundbegreppen inom läran om de hela funktionerna, särskilt begreppen ordning, nollställenas konvergensexponent och nollställenas kanoniska produkt. Förf. kommer här även in på frågorna om Borelska och Picardska undantagsvärden. Hithörande spörsmål utvecklas vidare i ett senare kapitel om Julialinjer. I de mellanliggande kapitlen studeras först den Phragmén-Lindelöfska funktionen $h(\theta)=\overline{\lim_{r\to\infty}} \log|f(re^{i\theta})|:r^{\varrho}$, där ϱ betyder funktionens ordning och θ betyder en vinkel tillhörande ett intervall $\alpha\leqq\theta\leqq\beta$. Senare generaliseras denna funktion liksom ordningsbegreppet och jämförelsefunktionen r^{ϱ}, och framställningen vidgar sig till en omfattande undersökning rörande användbarheten av dessa hjälpmedel. — Sammanfattningsvis kan man säga, att framställningen, åt-

minstone punktvis, leder fram till de hela funktionernas frontlinje, så som den löpte vid början av fyrtiotalet. (Haymans uppmärksammade undersökning från år 1952 beröres endast med ett par ord.)

Man måste beundra förf. skarpsinne och förmåga att penetrera problemen. Men man måste beklaga, att framställningen blivit så komprimerad. Redovisningsprocenten ifråga om slutledningarna närmar sig stundom den undre gräns, som svarar mot en Encyklopediartikel eller ett referat i Mathematical Reviews. (Uppskattningsvis ned mot 10—20 % mot Euklides' 100 %.) Ur tankeekonomisk synpunkt skulle man önskat en högre procent. Särskilt besvärande blir det, om tryckfel förekomma i det som redovisas. (I Nevanlinna-formeln står $\log|f(z)|$ i stället för $\log|f(z_0)|$.)

Till slut ett par ord om — registret. Detta är utmärkt, och vad jag särskilt ville framhålla är, att även införda bokstavsbeteckningar äro redovisade i registret. Tanken ligger då nära till hands att i detta sammanhang efterlysa ett matematiskt lexikon för satser, terminologi och beteckningar. För mera elementär matematik finns G. och R. James, Mathematics Dictionary. *Folke Ryde*

E. W. Hobson m. fl. *Squaring the circle and other monographs.* Chelsea Publishing Co., New York 1953, $ 3.25.

Boken är, liksom den i Elementas sept. h. 1956, sid 205 anmälda, en samling av fyra fristående, vid olika tider och av olika förlag utgivna monografier:

E. W. Hobson: Squaring the circle (57 sidor),

H. P. Hudson: Ruler and compass (143 sidor),

A. N. Singh: The theory and construction of nondifferentiable functions (110 sidor),

A. B. Kempe: How to draw a straight line; a lecture on linkages (51 s.).

Cambridgeprofessorn Hobsons »cirkelns kvadratur» är en förnämlig och fullständig historisk översikt över talet π. I inledningen frågar Hobson om orsaken till att cirkelns kvadratur alltid varit föremål för ett så stort intresse och besvarar frågan så: »det bleve svårt att utvälja något annat speciellt problem, som skulle kunna ge tillfälle till att belysa så många huvuddrag i den allmänna matematikens utveckling». Efter en klarläggande inledning, där han ber läsaren skilja på abstrakt och fysisk geometri, indelar han π:s historia i tre perioder. Den första perioden omfattar tiden från den 4000 år gamla Papyrus Rhind fram till analysens begynnelse, alltså t. o. m. Huyghens och Gregory. I denna översikt kommer inte bara greker och holländare utan även kineser till sin fulla rätt. Särskilt Huyghens' geniala fulländning av den archimediska metoden är väl skildrad; det är förbluffande att H. kunde

få π med nio riktiga decimaler genom att använda endast sexhörningen.

Den andra perioden är analysens tid med namnen Wallis, Leibniz och Euler, då π beräknades med hjälp av serier. Den tredje perioden omfattar undersökningen av talnaturen hos π och utmynnar i ett bevis för dess transcendens, som är så förenklat som det nu går att göra ett i och för sig så svårt bevis.

Hilda Hudsons långa uppsats över »linjal och passare» är av väsentligt värde för realskolans matematik, liksom den föregående. Den är mycket fullständig men kanske litet tung. Jag föredrar nog Bieberbachs bok om samma ämne.

Den fjärde uppsatsen handlar om ett originellt uppslag: hur skall man kunna dra räta linjer med hjälp av »länksystem», d. v. s. utan linjal? Det är en rolig mekanisk tillämpning av de gamla välkända satserna i planimetri och likformighetslära.

Indiern A. N. Singh har ägnat sig åt det subtila problemet att konstruera kurvor, vilka ingenstädes har någon tangent. Detta berör en av de mest förvånande bristerna i vår åskådning. Man är ju beredd att inför sådana kurvor travestera den gamla Strixhistorien om krokodilen: sådana kurvor finns inte. Singh är själv en framstående forskare på detta område, och det torde vara svårt att finna en bättre ciceron vid det hisnande tankeäventyret med »den överallt kontinuerliga, men ingenstädes deriverbara funktionen».

Som elementarmatematik ur högre synpunkt kan volymen varmt rekommenderas. *Einar Lunell*

Ivan Niven, *Irrational Numbers.* The Carus Math. Monographs Nr. 11. Published by the Math. Assoc. of America. Wiley & Sons, New York/ Chapman & Hall, London 1956. Pp. 164, $ 3.00.

The Carus Mathematical Monographs tycks bli en utmärkt serie små handböcker, som ger en samtidigt elementär och ganska djupgående översikt av ett visst matematiskt område. Professor Niven behandlar här i tio relativt fristående kapitel, sju lättillgängliga och tre mera svårforcerade, de irrationella talen. I de två första kapitlen bevisas irrationaliteten hos stora talklasser, definierade av de elementära funktionerna, men sedan det rationella talområdet utvidgats med de algebraiska talen, blir problemställningen algebraisk eller transcendent. I någon mån användes mängdteoretisk analys, men huvudsakligen tillämpas talteori och diofantiska approximationer. Gruppteoretiska beteckningar och uttryckssätt undvikas. De klassiska bevismetoderna klargöras och användas instruktivt i ofta förbättrad form, t. ex. Hermites njutbart eleganta metod att bevisa transcendensen av talet e, Dirichlets lådprincip och Liouvilles metod att avgöra transcen-

dens med diofantiska approximationer. Slutkapitlens resultat är långtgående, men ännu återstår givetvis mycket. Så t. ex. vet man om Eulers konstant inte ens om den är irrationell.

Varje kapitel följs av kommentarer med rikhaltig aktuell litteraturhänvisning, och boken avslutas med en lista ord- och begreppsförklaringar. Vid införandet av algebraiska tal och talkroppar hänvisas i regel till Henry Pollard, The Theory of Algebraic Numbers, The Carus Math. Monographs Nr 9.

Ove Hemer

Proceedings of Symposia in Applied Mathematics, Volume VI. Numerical Analysis. Editor: J. H. Curtiss. McGraw-Hill Book Co., New York/London, 1956, Pp. 303, 73s. net.

I förordet till denna högst intressanta och innehållsrika samling uttalas med all rätt följande: »För 10 eller 15 år sedan tilldrog sig denna gren av matematiken (numerisk analys) föga intresse bland matematikerna. En blick på innehållsförteckningen i denna volym visar klart hur mycket bilden i detta avseende har ändrats.»

Man lägger speciellt märke till uppsatser av Bergman om randvärdesproblem för lineära partiella differentialekvationer, av Clutterham och Taub om chockvågor, av Hestenes om cg-metoden, av Emma Lehmer om talteoretiska problem behandlade på SWAC, av Warschawski om konform avbildning och av Young om lösning av lineära ekvationssystem genom iteration. Rec. har särskilt fäst sig vid Emma Lehmers kortfattade men ytterst välskrivna översiktsartikel, som berör en rad fascinerande problem, och David Youngs artikel om en iterationsmetod, som säkert kommer att få stor praktisk betydelse.

F. ö. kan hela volymen varmt rekommenderas.

Carl-Erik Fröberg

B. Friedman, *Principles and Techniques of Applied Mathematics.* Applied Mathematics Series, Wiley & Sons, New York 1956, Pp. IX+315, $ 8.00.

Bokens förord börjar med samma hänvisning till det vidgade avståndet mellan den rena matematiken och dess tillämpningar som den varmed Courant inleder sin Methoden der Mathematischen Physik. Även med hänsyn till att författaren tillhör kretsen av matematiker kring Courant vid New York University kan man betrakta hans bok som en efterskrift till Courant-Hilberts ovannämnda klassiska arbete.

En viktig skillnad mellan de båda böckerna är (förutom omfånget) att Courant lägger variationskalkylen till grund för sin framställning, medan Friedman inleder med att utveckla vissa delar av den moderna operatorkalkylen. Tre av bokens fem kapitel behandlar denna.

De två första kapitlen ger de grundläggande egenskaperna hos lin-

jära vektorrum av ändlig och oändlig dimension och av spektralteorin för operatorer (= linjära transformationer) på dessa. Författaren har i stort sett följt kända förebilder, dock har han tagit med en diskussion av operatorer med slutet bildrum, vilka har betydelse för försöken att göra en spektralframställning av icke normala operatorer i oändligdimensionella vektorrum, motsvarande Jordans kanoniska form för ändligdimensionella matriser. Många övningsexempel illustrerar dessa två kapitel, liksom även resten av boken.

Det tredje kapitlet behandlar Greenska funktioner med hjälp av δ-funktioner enligt Laurent Schwartz teori för distributioner. Friedman hänvisar ofta till dennes orginalarbeten för bevisen av satserna i detta kapitel. De två sista kapitlen presenterar förfaringssätt att med hjälp av de metoder som utvecklats finna Greenska funktioner till ordinära och partiella differentialekvationer och spektralframställa ordinära differentialoperatorer.

Huvudvikten i denna bok ligger på klargörandet av idélinjer och icke på utvecklandet av bevisdetaljer. Detta gör boken lättläst, och de som nödvändiga angivna förkunskaperna är endast kännedom om linjär algebra (»vektorer och matriser») och komplex integrering. Materialet i boken har i flera år givits som en ettårs kurs vid the Graduate School of New York University. *Edgar Asplund*

J. A. Stratton/P. M. Morse/L. J. Chu/J. D. C. Little/F. J. Corbató, *Spheroidal Wave Functions.* The Technology Press of M. I. T., Wiley & Sons, New York / Chapman & Hall, London, 1956. Pp. 614, $ 12.50.

Rotationselliptiska koordinater definieras enligt:

$$x=c\sqrt{(\xi^2\pm1)(1-\eta^2)}\cos\varphi;\quad y=c\sqrt{(\xi^2\pm1)(1-\eta^2)}\sin\varphi;\quad z=c\xi\eta,$$

där plustecknet svarar mot det avplattade och minustecknet mot det förlängda fallet. Dessa båda koordinatsystem tillhör de elva betydelsefulla system i vilka vågekvationen $\triangle u+k^2u=0$ kan separeras, dvs. genom en produktansats av formen $u=\Phi(\varphi)S(\eta)J(\xi)$ kan uppdelas i tre ordinära differentialekvationer. En förutsättning för separationsmetodens användbarhet är dock att man väl behärskar, såväl matematiskt som numeriskt, lösningarna till de uppkommande ordinära differentialekvationerna. Föreliggande verk ger tabeller över funktionerna $S(\eta)$ och $J(\xi)$ ($\Phi(\varphi)$ är en rent trigonometrisk funktion) samt en kort översikt över den grundläggande teorien för dessa funktioner. Detta sistnämnda avsnitt är dock ett direkt avtryck av en tidskriftsartikel från 1941 av Stratton och Chu och därför inte i allo lämpat som introduktion till tabellerna — särskilt störande är att beteckningarna delvis inte överensstämmer med dem som användes i tabelldelen av boken.

Vid separationen av vågekvationen uppkommer två separations-

konstanter, som vid praktiska tillämpningar vanligen måste begränsas till en serie diskreta värden. Boken upptar tabeller över funktionerna $S(\eta)$ och $J(\xi)$ för så pass många värden på dessa separationskonstanter och den i sammanhanget även aktuella parametern $c \cdot k$ att det torde räcka för de flesta praktiska behov. Dock kan det i vissa fall vara svårt att ur tabellerna erhålla mer än en lineärt oberoende lösning vid givna parametervärden. Av utrymmesskäl är funktionsvärdena inte tabellerade direkt utan endast koefficienterna i deras serieutvecklingar, varvid $S(\eta)$ utvecklats efter associerade legendrepolynom och $J(\xi)$ efter sfäriska besselfunktioner, vilket är naturligt med hänsyn till analogien med det sfäriskt symmetriska fallet. En nackdel med detta är att för närvarande existerande tabellverk över associerade legendrepolynom inte helt täcker de behov som aktualiseras här.

Tabellerna är beräknade med hjälp av M. I. T.:s matematikmaskin Whirlwind I, och de är märkliga såtillvida att maskinen även utfört hela arbetet med uppställning i tabellform och tryckning (bortsett från det slutliga fotoförfarandet) av resultaten, varigenom de vanliga svårigheterna i samband med korrekturläsningen av ett stort tabellverk har eliminerats. Matematikmaskiner är dock inte heller hundraprocentigt pålitliga, och det är därför förvånansvärt att författarna i förordet till tabellerna inte nämner något om andra checkar än de gängse kontrollerna av själva programmeringens riktighet. Författarna själva tycks dock vara övertygade om tabellernas exakthet, möjligen med undantag för den sista decimalen i tabellvärdena.

Sven Gustavi

Ph. Pluvinage, *Éléments de mécanique quantique.* Masson & Cie, Paris 1955, XIV+ 548 p., 4600 fr.

Denna lärobok behandlar den orelativistiska kvantmekaniken, ett erfarenhetsområde, som är så väl genomarbetat, att det kan beskrivas med en lika systematisk och avrundad teori som den klassiska mekaniken.

Bokens första avdelning (180 s.) behandlar en partikels rätlinjiga rörelse. Här framställes först den endimensionella Schrödingerekvationen i koordinatrummet med sedvanliga exempel. Därefter visas hur denna ekvation genom en Fouriertransformation kan representeras i impulsrummet. Sedan läsaren härigenom förberetts på möjligheten att använda olika ekvivalenta representationer, redogöres för hur vågfunktionen också kan entydigt beskrivas med hjälp av de koefficienter som uppträder vid dess utveckling efter ett fullständigt funktionssystem. Genom att visa hur den ursprungliga Schrödingerekvationens operatorer därvid kommer att representeras av matriser

når förf. fram till Heisenbergs formulering av kvantmekaniken. Detta sätt att introducera matrismekaniken erbjuder enligt anmälarens erfarenhet stora pedagogiska fördelar.

Bokens andra avdelning (220 s.) omfattar en partikels rörelse i rymden. Den tredimensionella Schrödingerekvationen tillämpas här på stationära tillstånd och spridning vid centrala kraftfält. Även nu diskuteras den alternativa matrisformuleringen, och till slut utbygges teorien genom införandet av orelativistiskt spin.

I bokens tredje och sista avdelning (130 s.) ges en introduktion till behandlingen av kvantmekaniska flerpartikelproblem, speciellt exemplifierade med heliumatomen och vätemolekyljonen.

Framställningen i boken är teoretiskt överskådlig och fyller rimliga krav på fullständighet och noggrannhet. Förf. anknyter hela tiden till experimentella fakta, vilket ger en övertygande demonstration av kvantmekanikens användbarhet som fysikalisk teori. Verket försvarar väl sin plats i den numera långa raden av läroböcker i elementär kvantmekanik.

I förordet tar författaren upp till diskussion en viktig pedagogisk fråga, nämligen fysikerns matematiska utbildning. Förf. framför som sin åsikt, att matematikkurserna merendels är alltför formalistiska. Han undrar, om det verkligen är rimligt att driva bekymret för stringensen och allmängiltigheten så långt, att det paralyserar fysikstuderanden, när han ställs inför en speciell tillämpning. Orsaken till denna snedvridning av matematikutbildningen är enligt anmälarens mening, att undervisningen i matematik vid universiteten handhas av lärare, vars egen utbildning inriktats på ren matematik, och vilka ofta har den psykologiskt förklarliga men statistiskt sällsynt dåligt underbyggda föreställningen, att deras huvudsakliga uppgift som lärare är att ge utbildning i ren matematik. Den matematiska stringensneurosen sprides härigenom även till det överväldigande flertal, som endast har behov av att lära sig tillämpbar matematik, och den visar sig också utöva en steriliserande fjärrverkan på skolundervisningen i matematik. *Stig Hjalmars*

Norman H. Ceaglske, *Automatic Process Control for Chemical Engineers.* Wiley, New York, Chapman & Hall, London 1956. Pp. xiv+228, $ 6.75.

Tillämpning på produktionssystem och processer av principer för återkopplade styrsystem benämnes med ett modernt (slag)ord automation. För läran om de återkopplade systemen har det inom såväl svenskt som anglosaxiskt språkbruk varit svårare att fastslå en bestämd nomenklatur. Olyckligtvis är benämningen regleringsteknik just

nu på stark frammarsch i Sverige. Anmälaren föredrar den mera adekvata benämningen servoteknik eller (automatisk) styrteknik. Reglering måste väl apparatiseras medelst regleringsdon eller regulator. En regulator kan vara av servotyp — servoregulator — men fuller väl också av öppen typ utan yttre återkoppling.

De principiella problemställningar, som förekomma inom servotekniken, tillsammans med typen av matematiska verktyg, som behövs, gör att området ur teknisk synpunkt ligger snubblande nära till hands att betraktas som ett delområde av elektrotekniken. Detta förhållande, som accentueras av mättekniska synpunkter, gör sig fullt märkbart inom den servotekniska litteraturen. Tillämpningarna faller däremot inom vitt skilda områden, t. ex. maskinteknik, flygteknik och — vilket är orsaken till utgivandet av föreliggande bok — kemisk teknologi.

Professor Ceaglskes verk är rätt och slätt en lärobok i servoteknik, vari förekommande exempel i stor utsträckning valts med hänsyn till den kemiska industriens tillämpningar. Med undantag av de nämnda exemplen avhandlas ingenting, som inte återfinnes på många andra ställen inom den numera så rikliga servotekniska litteraturen. Detta faktum förringar på intet sätt bokens värde för den grupp läsare till vilken författaren i första hand vänder sig, nämligen kemiingenjörerna.

Kapitel 1 omfattar en kort historisk återblick på servotekniken jämte inledande systemdefinitioner och nomenklatur. — Kap. 2 kan närmast rubriceras som beskrivande servoteknik. Komponenterna har fått en dominerande ställning, vilket ur pedagogisk synpunkt säkerligen är lyckligt. — Kap. 3 (Derivation of Equations): Laplacetransformen definieras, exemplifieras och tabelleras för funktioner av speciell vikt för servotekniken. Begreppet överföringsfunktion införes och illustreras genom beräkning för några olika typer av komponenter och processer.

Kap. 4 behandlar analys av servosystem med hjälp av differentialekvationer. Vid denna behandling har, för illustration av servosystems karakteristiska egenskaper, som störfunktion valts stegfunktionen, rampfunktionen och sinus(cosinus)funktionen. Detta val är för all del konventionellt men mycket lyckat med hänsyn till såväl mätteknik som allmän förståelse för och förmåga att bedöma systemegenskaper. Författaren inför också begreppen tidskonstant, dynamiskt fel och eftersläpning samt amplitud- och fasfel. Dämpningens inverkan belyses.

Kapitlen 5 och 6 utgör en utvidgning av analysen som påbörjats i kap. 4. Ur matematisk synpunkt medför dessa kapitel att den klassiska behandlingen med utgångspunkt i uppställandet och lösandet av differentialekvationen för systemet får ge vika för direktansättning av laplacetransformen. Den härigenom ökade tekniska klarheten och enkelheten belyses. Transienta egenskaper samt blockschemans sym-

bolik och »algebra» behandlas i kap. 5. Frekvenskarakteristiken får sin särskilda behandling i kap. 6. Både Nyquistdiagram och Bodediagram användas för den grafiska representationen.

Kap. 7 har ägnats åt analys av några enkla system. Systemstabilitet behandlas med utgångspunkt från Nyquists stabilitetskriterium. Någon diskussion av själva kriteriet eller dess transformering för tolkning i Bodediagrammet, den för konstruktion och mätteknik mest användbara formen, förekommer inte. Vid sidan av positionsstyrda servon har författaren även lyckats få med hastighetsstyrda sådana.

Ceaglske behandlar uteslutande lineära system, uppbyggda av element med diskret storhetsfördelning, dvs. system vars egenskaper kunna beskrivas medelst lineära differentialekvationer med konstanta koefficienter.

Bokens disposition kan diskuteras, speciellt fördelningen av kunskapsstoffet på kapitlen 4, 5 och 6. Tvivelsutan är boken dock mycket lättläst. Chockverkan, som icke-matematikern lätt erfar vid införandet av laplacetransformen genom en formell matematisk definition, kommer man snart över till följd av de många exemplen, som gör att känslan för denna operation infinner sig.

Boken utbildar ingalunda servokonstruktörer. Detta är uppenbarligen ej heller författarens avsikt. Omfattningen är emellertid fullt tillräcklig för att läsaren, kemiingenjören, skall få en så god allmänuppfattning om servoteknik, att han i kollegialt samarbete med servokonstruktörer med framgång kan bidra till servoteknikens och därmed automationens rationella utnyttjande inom den kemiska teknologiens domäner. *Folke Hedström*

Hans A. Bethe/Philip Morrison, *Elementary Nuclear Theory.* Sec. Ed. John Wiley & Sons, New York/Chapman & Hall, London 1956, Pp. xi+274, $ 6.25.

Första upplagan (1947) hade Bethe ensam som författare. Boken baserade sig på en föreläsningskurs och avsåg att på ett elementärt sätt presentera vissa kapitel ur kärnteorien, främst grundläggande egenskaper hos atomkärnorna, deras sammansättning och aktiva kärnors sönderfall. Huvudvikten fästes vid protonen och neutronen, spridningsförsök med dem, deutronens grundtillstånd, beräkning av deutronens potentialgrop, kärnkrafternas spinberoende, deutronens fotodisintegration etc. En kort presentation gavs av utbytes-, Majorana-, Bartlett- och Heisenbergkrafter. Mera komplicerade kärnor behandlades endast i den mån de voro av intresse för betasönderfallet. Fissionsprocessen ansågs däremot vara ett alltför speciellt fenomen inom kärnfysiken för att kunna medtagas i en kortare föreläsningskurs.

Den nu föreliggande andra upplagan har ett sidoantal som med 86 % överstiger första upplagans. Innehållet har utökats med resultaten av de nyaste undersökningarna beträffande atomkärnornas storlek, pi-mesonens egenskaper, teoretiska och experimentella resultat rörande nukleonspridning vid låga energier etc. Behandlingen av deutronens grundtillstånd har kompletterats med tensorkrafter, vilka förklara deutronens kvadrupolmoment. Nya avsnitt utgöra vidare neukleonspridning vid höga energier och polarisation av nukleoner. Mesonteorien presenteras utförligare än i första upplagan. Betasönderfallet enligt Fermi med tillåtna och förbjudna former för spektra etc. ingår tämligen oförändrat i den nya upplagan men föregås av ett helt nytt kapitel rörande kärnornas struktur: droppmodellen, Fermi-gasen, skalmodellen och den kollektiva kärnmodellen. Kapitlet om Bohrs compoundkärnor har utvidgats med den optiska modellen samt emissionen av gammastrålar. En nukleidtabell upptagande förekomst, sönderfall, massa och spin avslutar upplagorna. Antalet atomslag i den andra upplagan är 1093 mot tidigare 701. Av element 100, fermium, nämnas dock endast isotoperna 254, 255 och 256, icke den vid Forskningsinstitutet för Fysik år 1954 funna isotopen 250.

Bethes bok har varit upptagen bland lämplig litteratur i licentiatexamen i fysik, och den är välkänd för flertalet fysiker i landet. I sin nya form kan Elementary Nuclear Theory påräkna ett ännu större intresse. Boken är välkommen för dem, som icke ha tillfälle att grundligt genomgå den mera krävande och omfattande »Theoretical Nuclear Physics» av Blatt/Weisskopf, dels emedan Bethe/Morrisons bok är kortare, dels emedan den matematiska behandlingen är nästan helt baserad på den icke-relativistiska kvantumteorien.

Hilding Slätis

I. C. Campbell, (Editor), *High Temperature Technology*. J. Wiley & Sons, New York / Chapman & Hall, London, 1956, Pp. 526, $ 15.00.

Den högtemperaturteknik, som i våra dagar fått särskilt stort intresse, gäller temperaturområdet över 1500° C. I föreliggande monografi ha 35 författare, specialister inom var sitt område av denna vetenskap, givit en utförlig framställning av hithörande aktuella problem.

Boken är indelad i fyra huvudkapitel. 1. Inledande översikt med beskrivning av de rön, som under senaste tid gjorts beträffande eldfasta material, 2. materialbeskrivning, 3. framställningsmetoder, 4. mätmetoder (av temperatur och olika materialegenskaper).

De i boken beskrivna högtemperaturmaterialen, varav många av modern typ, tillhöra som regel någon av de kemiska ämnesgrupperna oxider, karbider, borider, nitrider, silicider eller sulfider, dessutom

kol och grafit och en del högsmältande metaller. Egenskaper sådana som smältpunkt, termisk utvidgning, hållfasthet samt termisk och elektrisk ledningsförmåga beskrivas och jämföras för de olika materialen. En viktig grupp av materialen utgör hårdmetaller (engelska: cermets), vilka vanligen bestå av karbider med tillsats av någon metall (ex. kobolt) som bindemedel.

I ett stort antal tabeller och diagram återges de viktigaste data för olika högtemperaturmaterial. Boken innehåller över 600 referenser.

Bland de beskrivna temperaturmätningsmetoderna märkes metoden att med hjälp av det s. k. elektronbruset i en elektrisk ledare utföra absolutbestämningar av höga temperaturer. I kapitlet över framställningsmetoder återfinnes bl. a. en ugnskonstruktion, som utnyttjar solens energistrålning för alstring av höga temperaturer.

Utan tvivel kommer tillkomsten av detta högtstående verk att hälsas med stor tillfredsställelse av de många av högtemperaturfrågor intresserade, som vill skaffa sig ökade kunskaper inom denna aktuella vetenskapsgren. *J. O. Linde*

Principles of Color Television, Editor: Knox McIlwain and C. E. Dean. John Wiley & Sons, New York/Chapman & Hall, London 1956, Pp. 596, $ 13.00.

Denna bok, som säkerligen för avsevärd tid framåt kommer att vara standardverket inom färgtelevisionen, är utarbetad av en forsknings- och utvecklingsgrupp inom Hazeltine Corporation, vilken synnerligen aktivt bidragit till utvecklingen av det färgtelevisionsförslag som standardiserats i USA under namnet NTSC-systemet.

Efter ett inledande kapitel om ljus och fotometri ägnas tre kapitel åt färgens natur, mätmetoder och numerisk återgivning. Kapitel 5 beskriver egenskaperna av tekniska färgåtergivningssystem i allmänhet. Kapitel 6 och 7 återger de praktiska konsekvenserna av ett fullt utbyggt färgsystem samt hur olägenheterna av en bandbreddsinskränkning kan nedbringas till ett minimum genom en optimal anpassning till ögats färgseende. Kapitel 8 och 9 beskriver tillämpningarna av de funna resultaten vid NTSC-systemets utformning. Kapitel 10 behandlar synkroniseringsproblem. Kapitel 11 behandlar icke linjära effekter och gammakorrektion, som inom svartvit television har måttlig betydelse men i färgtelevision är fundamentala. Kapitel 12 återger färgtelevisionsstandarden i detalj. Kapitel 13 ger en översikt av olika bildgivare och studioutrustning. Kapitel 14 behandlar färgtelevisionsmottagare. Två särskilda kapitel, 15 och 16, behandlar de olika kretsarna för färgbildrör med respektive tre och en elektronkanon. Ett avslutande kapitel 17 ägnas åt mätmetoder. Varje kapitel innehåller dessutom en omfattande litteraturförteckning.

Författarnas enastående sakkunskap är väl känd av alla som arbeta inom televisionen. Ytterligare en värdefull omständighet är, att de är obundna av firmahänsyn, vilket t. ex. resulterat i att bildrör med en resp. tre elektronkanoner fått en lika uttömmande behandling.

Hans Werthén

Physical Techniques in Biological Research, I. Optical Techniques. Edited by G. Oster and A. H. Pollister. Academic Press, New York 1955. Pp. 564, $ 13.50.

Ofta har den moderne biologen själv blivit fysiker och ibland utvecklat nya fysikaliska metoder, till och med i nobelprisklass, som t. ex. papperskromatografin. Den moderna fysiologin arbetar ju som bekant med avancerade fysikaliska och kemiska metoder, och en öppen fråga här i landet är fortfarande, trots att en lärostol inrättats i medicinsk fysik, hur medicinarnas grundutbildning i naturvetenskap skall anordnas.

Den som har nöjet att samarbeta med medicinare på ett begränsat fält hälsar med tillfredsställelse utgivandet av en bokserie, av vilka den här anmälda utgör första delen och följes av del II: fysikalisk-kemisk teknik och III: celler och vävnader.

Kapitelrubrikerna är: fotokemi och luminiscens, ljusspridning, absorptionsspektroskopi, även i uv, infrarödspektrofotometri, ljusmikroskopet, fas- och interferensmikroskopi, dubbelbrytning och dikroism samt elektronmikroskopi. Kapitlen är skrivna av specialister på var sitt område, t. ex. L. C. Martin, H. Osterberg och V. E. Cosslett, och ger inom det tillmätta utrymmet god introducerande kunskap i modern teknik och en värdefull referenslista.

Medicinarna är att gratulera till denna serie, för vilken förlaget har en särskild rådgivande kommitté, där Arne Tiselius ingår.

Erik Ingelstam

J. Guild, *The Interference Systems of Crossed Diffraction Gratings.* Oxford University Press, London 1956. Pp. 152, 25 s. net.

Antag att vi har två nära lika gitter bestående av ljusa och mörka strimmor och lägger dem över varandra så att de bildar en liten vinkel: vi får avlångt rombartade luckor genom vilka ljuset går fram. Försöken har ofta gjorts med verkliga optiska gitter, och de zoner av ljus och mörker som uppkommer kallas Moiréfransar. Om ritsningarna i de båda gittren är lite olika, så blir dessa fransar strukturerade, och »strukturen» utgör på grund av vinkelfunktionen en starkt förstorad motsvarighet till gitterstreckens sidoförskjutna lägen. På detta sätt kan vissa defekter hos enklare gitter studeras, en metod som har vunnit i betydelse, sedan replikteknikens att framställa gitter de senare

åren gått avsevärt framåt. Men dessa korsade gitter (ofta av större gitterkonstant än de optiska) medger också andra mättekniska möjligheter, t. ex. att fotoelektriskt mäta små förskjutningar av mekaniska element bekvämt och noggrant. En av »precisionsmännen» på National Physical Laboratory i England har i föreliggande skrift sammanfattat egna och andras resultat och gett en principiellt och för aktuell teknik uttömmande behandling av ämnet. *Erik Ingelstam*

Hans Fromherz, *Physikalisch-chemisches Rechnen in Wissenschaft und Technik.* Verlag Chemie, Weinheim 1956, XII+316 S., DM 32.50.

Boken innehåller en samling av något mer än tvåhundra räkneuppgifter från den fysikaliska kemiens viktigaste områden och är indelad i fjorton kapitel, som vart och ett inledes med en värdefull översikt över de definitioner, formler, lagar etc., som ligger till grund för vederbörande uppgifter. Dessa formler och lagar härledes icke i boken, men sammanställningarna kan användas som ett nyttigt repetitorium för läsaren. Alla uppgifterna löses och genomgås mycket grundligt av författaren. Flertalet av dem hör hemma i ett- och tvåbetygskurserna för en svensk fil. ämbetsexamen. Några är ännu svårare och fordrar närmast licentiatkunskaper för sin lösning. Endast ett mindre antal, huvudsakligen rörande omräkning från en koncentrationsenhet till en annan, osmotiskt tryck, kokpunktsförhöjning och fryspunktsnedsättning, pH-beräkningar och hydrolys, torde kunna användas i de högre allmänna läroverkens undervisning på reallinjen.

Själv indelar författaren uppgifterna i tre kategorier. En grupp, angiven med asterisk, är avsedd för inövning av den fysikaliska kemiens räknemetoder, en annan utan speciell markering, omfattar svårare problem, som förutsätter, att läsaren i viss utsträckning redan behärskar lärostoffet, medan en tredje försedd med ring, utgör tämligen svåra typtal, ofta hämtade från fysikalisk-kemisk teknik och avsedda att då och då läsas igenom för kontroll.

Många uppgifter är av traditionell art, men ej sällan träffar man på originellare tal, som nära ansluter sig till nyare problem inom forskning eller teknik. Uppgift nr 183 gäller t. ex. åldersbestämning med hjälp av isotopen $^{1}_{0}C$ enligt Libby och nr 206 syntesen av kolväten enligt Fischer-Tropsch. Ofta påpekar författaren anknytningen till större forskningsproblem i små trevliga, finstilta kommentarer efter lösningen, så t. ex. i uppgift nr 43, där användningen av ren väteperoxid för stratosfärraketer beröres.

Någon gång stöter man på ett föråldrat betraktelsesätt, såsom när författaren på s. 184 vill införa dissociationsgraden för natriumsaltet i en buffertlösning. Ur pedagogisk synpunkt är behandlingen av koncentrationsförhållandena i en sådan lösning med sammansättningen

$c_1 - m HA + c_2 - m NaA$ också föga lyckad och avgjort underlägsen den i vår kemiundervisning vanligen förekommande. Man söker vidare förgäves efter träningsuppgifter på begreppet löslighetsprodukt. Enstaka tryckfel förekommer väl också, som t. ex. i uppgift nr 22, ekv. (b), där ett *a* bortfallit, i nr 81 ekv. (e), där dubbla tecken omotiverat uppträder, och på s. 115, där ett ν bortfallit ur andra ekvationen.

Boken skulle slutligen ha vunnit mycket på att innehålla en serie *icke* lösta övningsuppgifter (med facit). Men dessa smärre anmärkningar bör dock ej undanskymma bokens stora förtjänster. Den kan otvivelaktigt vara av betydande värde även för en svensk kemistuderande och en svensk kemiundervisare.

Ur rent estetisk synpunkt är den mycket tilltalande med vackert tryck och utmärkta figurer. *Birger Adell*

Bruno Lange, *Kolorimetrische Analyse,* 5., neubearbeitete und erweiterte Auflage. Verlag Chemie, Weinheim/Bergstr. 1956. XXIV+ 482 S. DM 29:—.

Första upplagan av denna bok utkom 1941, och i likhet med så många andra värdefulla tyska verk avtrycktes den i U. S. A. 1945 enligt litoprintmetoden.

Kolorimetrien har under senare år fått en allt större användning. Detta står i ett visst samband med den snabba utvecklingen av de fotoelektriska mätmetoderna. På grund härav har 5:e upplagan av Langes Kolorimetrische Analyse underkastats en genomgående nybearbetning och utvidgning i förhållande till tidigare upplagor. Dispositionen av materialet är emellertid densamma som förut. Boken omfattar 434 avsnitt uppdelade på 7 kapitel.

Kap. I omfattar 94 sidor, och i de 31 avsnitten lämnas en mycket lärorik och värdefull översikt av kolorimetriens grunder och arbetsmetoder. Bland annat beskrives olika typer av kolorimetrar och fotometrar samt fotoceller och registreringsanordningar. I kap. II (avsn. 32—268) redogöres för kolorimetrisk bestämning av oorganiska ämnen. För varje ämne ges ett antal bestämningsmetoder samt dessutom en översikt omfattande även andra metoder. I översikten meddelas även litteraturanvisningar. Kap. III (avsn. 269—309) behandlar organiska färgreaktioner. Här kan man möjligen vilja kritisera kapitelrubriken. Organiska färgreaktioner utnyttjas ju i stor utsträckning även i föregående kapitel. Kap. IV (avsn. 310—314) ger några exempel på kolorimetriens användning inom den fysikaliska kemien, t. ex. för undersökning av reaktionshastigheter. I kap. V (avsn. 315—322) redogöres för kolorimetriska bestämningar av vätejonkoncentrationer. Kap. VI (avsn. 323—429) behandlar kolorimetriska bestämningar inom medicinen och biologien, exempelvis best. av alkohol i blod, sulfonamider i

urin, vitaminer etc. Kap. VII (avsn. 430—434) ger exempel på kolorimetriska bestämningar inom livsmedelskemien.

Boken avslutas med en tabell över sambandet mellan extinktion och procent absorption samt en tabell över viktigare spektrallinjer. Slutligen finns även en förteckning över litteratur på området.

Sigvard Wideqvist

Nils Evermark, *Elektroteknik.* Gleerups Förlag, Lund 1956, 208 s., kr. 7:75.

Boken är såsom framgår av förordet närmast avsedd för den grundläggande undervisningen i elektroteknik vid yrkesskolor och liknande läroanstalter. Författaren har i denna lärobok fått tillfälle att ge uttryck åt sin mångåriga erfarenhet av undervisning på detta område. Den största svårigheten har givetvis varit att inom en så liten volym behandla detta omfattande ämne.

Huvuddelen av boken utgöres av den elementära elläran, varpå följa korta kapitel om elvärmeapparater, elektriska lampor och belysning, elektriska maskiner, elektriska anläggningar samt teleteknik. Däremot saknas helt mättekniken.

I allt väsentligt är behandlingen korrekt, men i flera fall har beträffande bokstavsbeteckningarna för de fysikaliska storheterna SEN 2—1953 ej följts. Sålunda betecknas spänningen med E i stället för U, ljusflödet med Φ i stället för F osv. Vid växelström ha toppvärdena betecknats med stor i stället för liten bokstav. Dekalumen har förkortats dlm i stället för Dlm (tryckfel?).

Till de olika kapitlen äro fogade frågor och räkneexempel, och framställningen belyses genomgående av lösta numeriska exempel, vilket i hög grad underlättar läsningen. Boken kan rekommenderas för skolbruk.

Roger Agrelius

Kenneth Jay, *Calder Hall: the Story of Britain's First Atomic Power Station.* Methuen, London 1956, Pp. vii+88, 5s. net.

Harwell's skicklige populärskribent fortsätter med denna bok sin serie på offentligt uppdrag resp. med officiell sanktion utarbetade skrifter, vilkas syfte är att hålla allmänheten underrättad om de brittiska framstegen på atomenergiområdet (jfr Elementa *36*, 200, 1953; *38*, 203, 277, 1955).

I boken redogöres för projekteringen och konstruktionen av atomkraftverket Calder Hall, som invigdes den 17 oktober 1956. Boken innehåller även en del utblickar mot framtiden. — Den kan rekommenderas åt fysikaliskt och tekniskt intresserade gymnasister.

Calder Hall är en forskar- och ingenjörsprestation som engelsmännen ha skäl att vara stolta över. Det är världens första atomkraftverk i

egentlig mening. Dess uppgift är dock tvåfaldig; förutom att leverera elektrisk energi till kraftnätet skall det framställa plutonium för militära ändamål. Det är därför ur kraftverkssynpunkt ingen optimalkonstruktion. — Calder Hall ingår inte i det s. k. första tioårsprogrammet, som omfattar perioden 1955/65, under vilken tolv rent civila atomkraftverk skola färdigställas. *Torsten Jönsson*

D. D. Fuller, *Theory and Practice of Lubrication for Engineers.* J. Wiley & Sons, New York/Chapman & Hall, London 1956, Pp. 432, $ 10.50.

Innehåll: Allmänt om viskositet och strömning. Viskositet och de variabler som påverkar densamma. Hydrostatisk smörjning. Lager utsatta för pulserande belastning. Hydrodynamisk smörjning. Smörjning av radiallager. Friktion och effektförluster i lager. Lagerkonstruktioner. Luftsmorda lager. Torrfriktion. Halvtorr friktion. Lagermetaller.

Få maskinelement torde uppvisa mera skiftande användningsområden och som följd därav mera olikartade konstruktioner än glidlager. Författaren har visat detta med sådana ytterlighetsexempel som lagring av ultracentrifuger och lagringen av jätteteleskopet på Mount Palomar. Glidlager för mätinstrument, som endast har att styra en axel, och för maskiner inom stålindustrin med nära 1,5 m diameter och med belastningar på 2500 t är exempel på problem som ryms inom lagertekniken. Man kan fullborda bilden genom att nämna, att specifika lagerbelastningen för olika lagertyper varierar mellan 0 och 1400 kp/cm^2

Författaren, som är professor vid Columbiauniversitetet, har lyckats väl att inom ett relativt begränsat utrymme behandla glidlagers teori och praktiska utformning. Den praktiskt arbetande ingenjören saknar dock ett kapitel om mätmetoder för bestämning av lagerspel och lagers uppriktning.

Inledningsvis behandlas samband mellan den stora mängd viskositetsenheter, som f. n. finns, liksom samband mellan API- resp. Baumégrader och spec. vikt. Olika viskosimetertyper visas med instruktiva figurer. Hydrostatisk smörjning av tungt belastade lager för undvikande av torrfriktion vid start och låga varvtal, innan en bärande oljefilm bildats, har författaren behandlat på ett intresseväckande sätt. För alla konstruktörer av tvåtaktmotorer utgör övre vevstakslagret ett svårlöst smörjoljeproblem; om den av författaren utarbetade teorin för lager, utsatta för pulserande belastning, är tillämplig i praktiken, är svårt att yttra sig om. Den hydrodynamiska lagerteorin är behandlad på ett för ingenjörer lättförståeligt vis. Betydelsen av lagrets uppriktning och värmedeformationer har

framhållits. Luftsmorda lager har fått allt större betydelse, t. ex. för vissa verktygsmaskiner, och ett helt kapitel har ägnats sådana lager. I sista kapitlet har redogjorts förutom för de vanligast förekommande lagermaterialen även något för plaster, glas, sintrade metaller osv. — Boken innehåller 34 lösta exempel och nära 300 litteraturhänvisningar.

Boken rekommenderas för lagerkonstruktörer, men även fysiker torde finna mycket av intresse i den, eftersom lagertekniken uppvisar många vackra tillämpningar av grundläggande fysikaliska fenomen. De i boken beskrivna provanordningarna bör kunna ge värdefulla uppslag för laborationer vid i synnerhet de tekniska läroverken och högskolorna. *Sven Nylinder*

R. H. Macmillan, *Automation: Friend or Foe?* Cambridge: at the University Press 1956, Pp. viii+100, 8s. 6d. net.

Den allmänna debatten om automationen har hittills inte varit särdeles upplysande och har heller inte alltid varit strängt saklig. Man vill därför gärna göra Macmillans förträffliga bok bekant. Den är skriven för lekmän som känna behov av vederhäftg orientering om vad automation egentligen innebär. Boken är också lämplig som inledning till seriösa studier.

Automationen är ingalunda enbart en teknikernas angelägenhet. Man kan förutse bl. a., att automationen kommer att återverka mycket starkt på naturvetenskaplig forskning och utbildning. *Torsten Jönsson*

Författare i detta häfte: lektor B. Adell, Lund; lektor R. Agrelius, Norrköping; lektor S. Andersson, Lund; civiling. E. Asplund, Stockholm; lektor E. Bodén, Sandviken; observator T. Elvius, Uppsala; laborator C.-E. Fröberg, Lund; fil. dr Fr. Eriksson, Brooklyn, U. S. A.; lektor B. Gustaver, Stockholm; civiling. S. Gustavi Stockholm; flygdirektör F. Hedström, Stockholm; lektor O. Hemer, Linköping; lektor S. Hilding, Stockholm; laborator S. Hjalmars, Stockholm; lektor F. Hjerting, København; professor E. Ingelstam, Stockholm; lektor T. Jönsson, Stockholm; laborator J. O. Linde, Stockholm; tekn. dr A. Lundén, Göteborg; rektor E. Lunell, Skellefteå; docent P.O. Löwdin, Uppsala; professor Lise Meitner, Stockholm; lektor S. Nylinder, Stockholm; professor E. Rudberg, Stockholm; lektor F. Ryde, Eksjö; professor H. Slätis, Stockholm; lektor G. Starck, Stockholm; docent N. Starfelt, Lund; docent Ingrid Torgård, Lund; lektor Hj. Trane, Jönköping; tekn. dr H. Werthén, Norrköping; docent S. Widequist, Uppsala; professor A. Ölander, Stockholm.

Insänd litteratur

R. Creighton Buck, *Advanced Calculus.* McGraw-Hill Book Co., New York/Toronto/London, 1956, Pp. 432, 64s. net.

Harry Lass, *Elements of Pure and Applied Mathematics.* McGraw-Hill Book Co., New York/Toronto/London, 1956, Pp. 491, 56s. 6d.

Terrell L. Hill, *Statistical Mechanics.* McGraw-Hill Book Co., New York/Toronto/London, 1956, Pp. 432, 67s. 6d.

Photoconductivity Conference. Held at Atlantic City, Nov. 4—6 1954. Edited by Breckenridge/Russell/Hahn. John Wiley & Sons, New York/Chapman & Hall, London, 1956, Pp. 654, $ 13.50.

Stress Corrosion, Cracking and Embrittlement. Symposium, Boston Oct., 1954. Edited by W. Robertson. John Wiley & Sons, New York/Chapman & Hall, London, 1956, Pp. 202, $ 7.50.

Arcs in Inert Atmospheres and Vacuum. Symposium, May 1956, San Fransisco. Edited by W. E. Kuhn. John Wiley & Sons, New York/Chapman & Hall, London, 1956, Pp. 188, $ 7.50.

Raymond A. Lyttleton, *The Modern Universe.* Hodder & Stougthon Ltd., London 1956, Pp. 206, 16s. net.

H. N. V. Temperley, *Changes of State.* Cleaver-Hume Press Ltd., London 1956, Pp. 324, 50s. net.

Kenneth Jay, *Calder Hall.* The Story of Britain's first Atomic Power Station. Methuen & Co., London 1956, Pp. 88, 5s. net.

E. W. Elcock, *Order-Disorder Phenomena.* »Methuens Monographs on Physical Subjects», Methuen & Co., London 1956, Pp. 166, 11s. 6d. net.

J. C. Jaeger, *Elasticity, Fracture and Flow.* »Methuens Monographs». Methuen & Co., London 1956, Pp. 152, 10s. 6d. net.

J. Bass, *Cours de mathématiques.* Masson & Cie, Paris 1956, 916 p., broché 7800 fr., cartonné 8500 fr.

E. Calvet/H. Prat, *Microcalorimétrie.* Applications physico-chimiques et biologiques. Masson & Cie, Paris 1956, 396 p. Pris ej angivet.

R. Gouyon, *Précis de mathématiques spéciales.* Ouvrage conforme aux noveaux programmes applicables au 1er october 1956. Librairie Vuibert, Paris 1956, 647 p. Pris ej angivet.

J. Favard, *Cours de géométrie différentielle locale.* Gauthier-Villars, Paris 1956, 551 p., 6000 fr.

F. Holtoug/H. Skou-Jørgensen, *Lærebog i teknisk matematik.* O. Møllers Boghandel, København K., 1956, 328 s., dkr. 28:—.

Skolefysik. Forsøgssamling for lærere. Redaktion: Sv. Olsen. Gyldendal, København 1956, 72 s., dkr. 12: 50.

Jensen/Sundorph, *Lille naturlære I.* 13. udg. ved F. Hjerting. Gyldendal, København 1956, 131 s. Pris ej angivet.

Statens Naturvetenskapliga Forskningsråds Årsbok. Nionde årg., 1955. Stockholm 1956, 382 s., kr. 15:—. Distrib. av Nordiska Bokhandeln, Stockholm.

Adzer Blume, *Atomer.* Övers. från danskan av B. Lindwall, bearb. av T. Magnusson. Sv. Bokförlaget, Stockholm 1956, 85 s., kr. 4: 50.

Fred. Hoyle, *Nytt ljus över universum.* Övers. av S. Kallin. Bonniers, Stockholm 1956, 352 s., kr. 34: 50.

(Forts. s. 76.)

Problemavdelning[1]

Matematiska uppgifter

2082) *I punkterna o, v, 2v, .., nv på enhetscirkeln placeras massorna* $\binom{n}{o}, \binom{n}{1}, \binom{n}{2} \ldots, \binom{n}{n}$ *resp. Hur långt från cirkelns medelpunkt ligger tyngdpunkten för detta massystem?* *X.*

2083) *Trianglarna ABC och* $A_1B_1C_1$ *äro inskrivna i samma cirkel. Deras sidor tangera samma parabel. Det finnes en i triangeln ABC inskriven parabel med brännpunkten i* A_1. *Visa, att dess diametrar äro parallella med* B_1C_1. *X.*

2084) *För* $a^2<64$ *bilda kurvorna* $y=5x^4-24x^2+16$ *och* $y=a(x^3-4x)$ *en av tre öglor sammansatt figur. Vilket samband råder mellan deras ytor?* *X.*

Enklare uppgifter[2]

2085) Talen a, $a+b$, $a+2b+c$ bilda i denna ordning en geometrisk serie. Visa, att talen a, b, c även göra det.

Efter Theon från Smyrna, 2:a årh. e. K.

2086) I en serie är $t_n=n^2+an+b$, i en annan är $t_n=n^2+An+B$. Man önskar att den förra serien skall bestå av samma termer som den senare med undantag av ett visst antal termer, varmed den förra inledes. Visa, att detta är möjligt, om $A-a$ är ett positivt jämnt tal och $A^2-a^2=4(B-b)$.

2087) Lös ekvationssystemet

$$x-3=4(x+y+z),\ y+5=6(x+y+z),\ z-2=7(x+y+z)$$

Svar: $x=3$; $y=-5$; $z=2$.

2088) Centrum för den kring en triangel omskrivna cirkeln är O, centra för triangelns in- resp. vidskrivna cirklar är I, I_a, I_b, I_c. Visa, att den största av trianglarna OII_a, OII_b, OII_c har lika stor yta som de andra tillsammans.

2089) Om $\operatorname{tg}(45°+x)=a$, beräkna värdet av $2\operatorname{tg}2x+\operatorname{tg}(45°-x)$.

Svar: a.

[1] Denna avdelning redigeras av adjunkt S. BÅGMAN, till vilken uppgifter och lösningar kunna insändas under adress: Banérgat. 33, Stockholm Ö.

[2] Uppg. 2086 är insänd av *Y. Ekedahl*, 2087, 2091, 2095—2098 av *S. B.*, 2088—2090, 2092—2093 av *X.*, 2094 av *BT.*

2090) Medianen från hörnet A i triangeln ABC bildar med sidorna AB och AC vinklarna 15° resp. 30°. Visa, att medianen bildar 45° med sidan BC.

2091) I ett regelbundet tresidigt hörn är sidovinkeln α och kantvinkeln β. Visa, att $1/\cos\beta - 1/\cos\alpha = 1$.

2092) En rät linje genom punkten (12; 0) skär räta linjen $2x+y-4=0$ i A och linjen $4x-3y+12=0$ i B. Visa, att y-axeln är den ena bisektrisen till vinkeln AOB, där O är origo.

2093) Beräkna avståndet mellan de punkter på den trigonometriska cirkeln, som motsvarar lösningarna till ekvationen

$$\cos x + \sin x + \tfrac{1}{2}\sqrt{6} = 0.$$

Svar: Radien.

2094) Medelpunkten till en cirkel ligger på omkretsen till en cirkel med radien R. Den förstnämndas periferi halverar den senares yta. Bestäm radien.

Svar: 1,159 R.

Man får $\sin\alpha - \alpha\cos\alpha = \frac{1}{2}\pi$, om α är medelpunktsvinkeln för den halverande bågen.

2095) Ange sambandet mellan vinklarna A, B, C, för att likheten $(\operatorname{tg} A + \operatorname{tg} C)/(\operatorname{tg} B + \operatorname{tg} C) = \sin 2B/\sin 2A$ skall gälla.

Svar: $A - B = n \cdot 180°$ eller $A + B + C = n \cdot 180°$.

2096) En rät linje skär kurvan $y = ax^2 + bx + c$ i punkterna A och B. Tangenterna i dessa punkter ha vinkelkoefficienterna k_1 och k_2. Sök vinkelkoefficienten för AB.

Svar: $\frac{1}{2}(k_1 + k_2)$.

2097) Tangenten i en punkt P på kurvan $y = ax^2 + bx$ skär y-axeln i Q. Sök orten för mittpunkten av PQ.

Svar: Tangenten i origo.

2098) En rät linje skär kurvan $y = ax^3 + bx$ i origo samt i A och B. En linje parallell med AB tangerar kurvan i P och skär den i Q. Visa, att $AB : PQ = 2 : \sqrt{3}$.

Lösningar till uppg. 2054—2056

2054) *Symmedianerna i en triangel råka den omskrivna cirkeln på nytt i tre punkter. Konstruera triangeln, då dessa punkter äro givna.*

X.

Tyngdpunkten kallas T, de givna punkterna A_1, B_1, C_1 och sidornas mittpunkter A_2, B_2, C_2 (A_2 på BC osv.). Då är $\angle TBA = CBB_1 = u$ och $\angle TAB = A_1AC = A_1BC = v$ samt $\angle A_2TB = u + v =$ periferivinkeln på bågen A_1B_1. P. s. s. visas att $\angle CTB_2 =$ periferivinkeln på bågen B_1C_1. Då vinklarna mellan medianerna äro kända, kan en med triangeln ABC lik-

formig triangel av lämplig omloppsriktning uppritas, varefter den sökta lätt inplaceras i cirkeln. *S. B.*

2055) *I vilka trianglar med heltalssidor ha omkrets och yta samma mätetal?* *V. Thébault*

Triangelns sidor ha mätetalen a, b, c där $a \geqq b \geqq c$. Av ekvationen $2p = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ fås, om $p-a=x$, $p-b=y$, $p-c=z$ ($x \leqq y \leqq z$), $xyz = 4(x+y+z)$ eller $z = 4(x+y):(xy-4)$. För $x=1$ blir $z=4(y+1):(y-4)$; y-värdena 5, 6, 8 ge $z=24, 14, 9$ och $p=30, 21, 18$ resp. För $y>8$ blir $z<y$. För $x=2$ blir $z=(y+2):(y-2)$; y-värdena 3, 4 ge $z=10, 6$ och $p=15, 12$. För $y>4$ blir $z<y$. För $x>2$ blir $z<y$. Följande mätetal för sidorna och endast dessa uppfylla villkoret $a=29, 20, 17, 13, 10$; $b=25, 15, 10, 12, 8$; $c=6, 7, 9, 5, 6$ resp. *R. Li.*

Även löst av *Y. Ekedahl, E. Samén.*

2056) *I en rak kon med lodrät axel och toppen nedåt finnes en viss vätskevolym v. En rak cylinder, vars axel sammanfaller med konens, nedsänkes i vätskan, varvid den del av cylindern, som befinner sig under vätskeytan, har volymen v_1. Visa, att $v_1 \leqq 0{,}8v$. Med hur många procent stiger ytans höjd över toppen, när $v_1 = 0{,}8v$?*

I. Gunsjö

Först är klart att förhållandet $v_1 : v$ ökar, när cylindern från ett högre läge nedföres i bottenläge. Vi förutsätta alltså detta läge vid uppsökandet av maximum för $v_1 : v$. I stället för att byta cylinder kan man av likformighetsskäl lämna denna oförändrad och variera v. Med kontoppen O som origo fastlägga vi cylinderns nedre basplan med abskissan $x_0 > 0$ för dess skärningspunkt med axeln och på samma sätt den fria vätskeytan med $x > x_0$. Snitten, som detta plan gör i kon- och cylindermantlarna, äro y resp. y_1. Slutligen ersätta vi $v_1 : v$ med det på samma sätt varierande $v_1 : V$, där $V = v + v_1$. Emedan $z = v_1 : V$ kontinuerligt går från 0 för $x = x_0$ genom positiva värden tillbaka till 0, när $x \to \infty$, måste z ha ett maximum. Nu är villkoret för extremum att *konen med basytan y_1 och toppen O har volymen v_1*. Ty å ömse sidor om ett sådant extremum har z samma värde i två punkter med abskissorna x_1 och x_2 dvs. $v_1(x_1) : V(x_1) = v_1(x_2) : V(x_2) = \{v_1(x_1) - v_1(x_2)\} : \{V(x_1) - V(x_2)\} = \Delta v_1 : \Delta V$.

När x_1 och x_2 gå mot det till extremet hörande $\bar{x}$, erhålles $\bar{v}_1 : \bar{V}_1 = \lim \Delta v_1 : \Delta V = y_1 : y$, vilket bevisar påståendet. Av $v_1 = \frac{1}{3} y_1 \bar{x} = y_1(\bar{x} - x_0)$ fås $\bar{x} = 1{,}5\, x_0$, varvid $\bar{v}_1 : \bar{V} : \bar{v} = 4 : 9 : 5$ dvs. $v_1 : v$ är maximalt 0,8. Mot volymerna $\bar{v}$ och $\bar{V}$ svara toppkoner med höjdförhållandet $\sqrt[3]{5} : \sqrt[3]{9}$. Svaret på frågan är därför $100(\sqrt[3]{9} - \sqrt[3]{5}) : \sqrt[3]{5} = 20(\sqrt[3]{225} - 5) = 21{,}6\ \%$. (Jfr. Elementa *38*, sid. 112.) *X.*

Även löst av *BT., Y. Ekedahl, E. Samén.*

Fyllnadsprövning efter studentexamen

Januari 1957

Matematiska uppgifter för latingymnasiet[1]

1. I ekvationen $x^2-(2m+2)x+5m+1=0$ är den ena roten 4 enheter större än den andra. Bestäm ekvationens rötter.
2. Kvoterna i två konvergenta oändliga geometriska serier förhåller sig som 2:3. Båda seriernas första term är 1. Summan av båda seriernas summor är $3\frac{1}{2}$. Vilka är seriernas kvoter?
3. Ett statslån amorteras genom lika stora annuiteter under 20 år. Hur stor är annuiteten, uttryckt i procent av det ursprungliga lånet, om räntefoten är $3\frac{1}{2}$ %?
4. I kvadraten *ABCD*, vars sida är 10 cm, tas hörnet *A* till medelpunkt för en cirkel, som går genom hörnet *B*, och hörnet *C* till medelpunkt för en cirkel, som går genom hörnet *A*. Bestäm längden av de båda cirklarnas gemensamma korda.
5. I en triangel *ABC* är sidorna 18 cm, 14 cm och 8 cm. Medianen *AM* till den största sidan i triangeln delas av punkten *P* så, att $PA:PM=4:3$. Beräkna avstånden från *P* till triangelns hörn.
6. Ett torn står på en höjd. Från tornets bas går en stig i rät linje ned från höjden. Från två punkter på stigen, den ena på 80 m och den andra på 200 m avstånd från tornets bas, syns tornet under en vinkel av 31,3° respektive 15,1°. Hur högt är tornet?
7. I ekvationen $x^2-4x+u^2-3u=0$ betraktas x som en obekant och u som en bekant storhet. Man vill bestämma det största värde, som den större av ekvationens båda rötter kan anta. Detta kan ske på följande sätt. Ekvationen löses med avseende på x, och uttrycket under rotmärket undersökes som funktion av u. Den mot denna funktion svarande kurvan uppritas för de u-värden, för vilka den givna ekvationen har reella rötter. Med hjälp av kurvan eller på

[1] *Allmänna anvisningar för alla examensprov:* Införda beteckningar bör förklaras och uppställda ekvationer motiveras. Resonemang, lösning av ekvationer och genomförande av uträkningar bör icke vara så knapphändiga, att de blir svåra att följa. Geometriska uppgifter bör åtföljas av figurer, ritade med blyerts med hjälp av passare och linjal. — För provet i *fysik* tillkommer att enheterna anges och att konstanter, som ej är uppgivna i texten, hämtas ur formelsamlingen.

annat sätt bestämmes sedan det största värde, som ekvationens större rot antar.

8. Två lika stora cirklar har en gemensam korda, vars längd är 10 cm. Genom kordans ena ändpunkt drages en sekant, vars avstånd från cirklarnas medelpunkter är 7 cm respektive 1 cm. Beräkna radien i cirklarna i de båda fall, som kan förekomma.

Resultat: 1. 2 och -2 eller 7 och 3. 2. $\frac{1}{3}$ och $\frac{1}{2}$. 3. 7,04 %. 4. $5\sqrt{14}=$ $=18{,}71$ cm. 5. $PA=4$ cm, de övriga $\frac{12}{7}\sqrt{21}=7{,}86$ cm och $\frac{6}{7}\sqrt{161}=10{,}88$ cm. 6. 60,3 m. 7. $4\frac{1}{2}$. 8. $\sqrt{50}=7{,}07$ cm i bägge fallen.

Matematiska uppgifter för realgymnasiet

Allmän kurs

1. I en konvergent oändlig geometrisk serie är summan av alla termerna s_1, summan av varannan term fr. o. m. den första s_2 och summan av var tredje term fr. o. m. den första s_3 Bestäm den givna seriens kvot, om s_3 är aritmetiskt medium till s_1 och s_2.
2. L är en rät linje med riktningskoefficienten (vinkelkoefficienten) k i ett rätvinkligt koordinatsystem. Den skär axlarna i punkterna $(a; 0)$ och $(0; b)$, där a och b är skilda från 0. Från en punkt, belägen på L men inte i någon av dess skärningspunkter med axlarna, drages de räta linjerna till origo och till punkten $(a; b)$. Visa, att om dessa linjers riktningskoefficienter är k_1 och k_2, så är $k_1k_2=k^2$.
3. I en fyrhörning $ABCD$ är vinkeln A 90°, sidorna AB och AD lika långa och vinkeln mellan diagonalerna 60°. Diagonalen AC delas mitt itu av diagonalen BD. Beräkna vinkeln C.
4. Bestäm den från 0 skilda konstanten a så, att normalen i punkten (1; 1) till kurvan $y=x^3$ blir tangent till kurvan $ay=x^2$.
5. I en aritmetisk serie med 5 reella termer är skillnaden mellan kvadraten på seriens summa och summan av termernas kvadrater 50. Vilket är det minsta möjliga värdet på termernas produkt, om seriens summa är positiv?
6. Höjden mot basen AC i en likbent triangel ABC är h cm. Den kring triangeln ABC omskrivna cirkeln har medelpunkten D. Undersök och åskådliggör grafiskt, hur ytan av triangeln ADC varierar, när basen AC ändrar storlek.
7. Basytan ABC i en pyramid $ABCD$ är en likbent triangel med spetsen i hörnet A. Kantlinjen AD, som är a cm, är vinkelrät mot basytan. Pyramidens tre sidoytor är lika stora. Vinkeln mellan basytan och sidoytan BCD är 60° Bestäm radien i den i pyramiden inskrivna sfären.

8. På ytan av en sfär med radien R uppritas två storcirklar, vilka skär varandra i punkterna A och A'. En av de vinklar, som de bildar med varandra i punkten A, dvs en av vinklarna mellan tangenterna till cirklarna i denna punkt, är $A°$. Bestäm ytan av vart och ett av de fyra områden, i vilka sfärens yta uppdelas av de båda storcirklarna. — Därefter uppritas på samma sfäriska yta en tredje storcirkel, som skär de båda förut nämnda storcirklarna i punkterna B och B', respektive C och C' Figuren ABC, som begränsas av tre storcirkelbågar, kallas en sfärisk triangel. Vinklarna i den sfäriska triangeln, dvs. vinklarna mellan storcirkelbågarna, är $A°$, $B°$ och $C°$. Figuren $A'B'C'$ är också en sfärisk triangel. De båda sfäriska trianglarna ABC och $A'B'C'$ är symmetriskt belägna och har lika stora ytor. — Man vill bestämma ytan T av den sfäriska triangeln ABC, vilket kan ske på t. ex. följande sätt. Man tänker sig sfärens yta täckt av områden av den typ, vars yta nyss härletts, varvid dock de sfäriska trianglarna ABC och $A'B'C'$ täckes flera gånger. Visa, genom att bygga på den antydda tankegången (eller på annat sätt), att

$$T=\pi R^2 \cdot \frac{A+B+C-180}{180}$$

Resultat: 1. $\frac{1}{2}(\sqrt{5}-3)$. 3. 56,31° (tg$C$=1,5). 4. $a=-48$. 5. -16. 6. Sätt $AC=x$ cm och $\triangle ADC=y$ cm². Då x växer från 0, växer y från 0 till max.$=\frac{1}{9}h^2\sqrt{3}$ för $x=\frac{2}{3}h\sqrt{3}$ och avtar därefter till 0 för $x=2h$ för att därefter med x växa till ∞. 7. $\frac{1}{7}a$ cm. — Volymen av pyramiden= =totala ytan×radien×$\frac{1}{3}$. 8. De ifrågavarande områdenas ytor är $\frac{A}{90}\pi R^2$ (2 st.) och $\frac{180-A}{90}\pi R^2$ (2 st.).

Matematiska uppgifter för realgymnasiet

Specialkurs

1. En cirkel går genom origo och genom ändpunkterna av parametern i parabeln $y^2=4ax$. Under vilken vinkel skär kurvorna varandra i dessa senare punkter.
2. AB är en diameter i en cirkel med radien r. En punkt rör sig längs cirkelperiferien från punkten A till en punkt C utan att passera punkten B och därifrån utefter den mot AB vinkelräta kordan CD till punkten D. Bestäm avståndet från punkten A till kordan CD, när den av punkten genomlöpta vägsträckan är längst.
3. Undersök hyperbeln $y=\frac{x^2-3x}{x+1}$ med avseende på asymptoter, maximi- och minimipunkter, medelpunkt samt excentricitet. Upprita kurvan.

4. Bevisa, att en brännpunktsradie i en ellips alltid är större än fjärdedelen av parametern.
5. Undersök funktionen $f(x)=x^2-\sqrt{(x-\frac{1}{2})^2}-\sqrt{(x+\frac{1}{2})^2}$ för olika värden på x, upprita kurvan $y=f(x)$ och ange eventuella maximi- och minimipunkter på denna.
6. I ett rätvinkligt koordinatsystem är de båda räta linjerna $y=kx$ och $y=-kx$ givna. Origo O och en punkt P är motstående hörn i en parallellogram med två sidor längs de givna räta linjerna och med den konstanta ytan a^2. Sök ekvationen för orten för punkten P, och upprita ortkurvan i stora drag.
7. Normalen i en punkt P på parabeln $y^2=x$ skär parabeln i ytterligare en punkt Q. Bestäm längden av kordan PQ som funktion av normalens riktningskoefficient (vinkelkoefficient), och upprita motsvarande kurva med angivande av eventuella maximi- och minimipunkter. — Bestämning av kurvans asymptoter erfordras inte men betraktas som en förtjänst.

Resultat: **1.** $8{,}13°$ **2.** $1{,}5\,r$. **3.** Asymptoter: $x=-1$ och $y=x-4$; max. i $(-3;-9)$, min. i $(1;-1)$, medelp. i $(-1;-5)$, exc.$=1/\cos 22{,}5°=\sqrt{4-\sqrt{8}}=1{,}082$. **5.** $f(x)=x^2+2x$, x^2-1, x^2-2x för resp. $x\leqq-\frac{1}{2}$, $-\frac{1}{2}\leqq x\leqq\frac{1}{2}$, $x\geqq\frac{1}{2}$. Min. i $(-1;-1)$, $(0;-1)$, $(1;-1)$; max. (hörn) i $(-\frac{1}{2};-\frac{3}{4})$, $(\frac{1}{2};-\frac{3}{4})$. **6.** $kx^2/2a^2-y^2/2ka^2=\pm1$; två konj. hyp. med de givna linjerna som asymptoter. **7.** $PQ=(k^2+1)^{1,5}/k^2$, där $k(\neq0)$ är PQ:s riktningskoeff. Motsvarande kurva har min. i $(\pm\sqrt{2};\ 1{,}5\sqrt{3})$; asymptoter är PQ-axeln och bisektriserna till 1:a och 2:a axelvinklarna.

Uppgifter i fysik

1. På ett laboratorium behövde man kontinuerlig tillförsel av vatten av temperaturen +25°C. Vattnet från vattenledningen fick därför strömma genom ett långt glasrör, och man hade längs rörets axel inmonterat en motståndstråd, som kunde sättas i förbindelse med en strömkälla. Då vattnets temperatur var +15°C behövdes ett potentialfall längs tråden på 20 V och en strömstyrka på 3 A, för att 100 g vatten av +25°C skulle erhållas per minut. Hur bör potentialfallet längs tråden ändras för att 150 g vatten av +25°C skall erhållas per minut?
2. En kropp glider sträckan AB utför ett lutande plan med lutningsvinkeln 30°, glider sedan sträckan BC på ett horisontellt plan och fortsätter därefter sträckan CD uppför ett andra lutande plan, som likaledes har lutningsvinkeln 30°. Hur stor är den minsta hastighet, med vilken kroppen måste lämna A för att nå fram till D, om

AB=5 m, BC=2 m och CD=3 m samt friktionskoefficienten längs hela banan är 0,2?

3. Två lätta, böjliga trådar är fastgjorda i en och samma punkt A. I den ena trådens andra ändpunkt är en homogen kula fästad; i den andra tråden hänger en vikt B. Den sistnämnda tråden har så stor längd, att vikten går fri från kulan. Kulans massa är 0,4 kg. Vinkeln mellan de delar av trådarna, som befinner sig närmast A, är 60° och lodlinjen genom A är bisektris till denna vinkel. Beräkna B:s massa. — Figur kräves; i denna behöver endast de krafter återges, som utnyttjas vid problemets lösning.
4. Vid ljusets genomgång av en lins talar man om två på huvudaxeln belägna brännpunkter, en på vardera sidan av linsen. Men även vid ljusets genomgång av *en* sfärisk yta kan man på motsvarande sätt definiera två brännpunkter (när man begränsar sig till centrala strålar). Visa, att brännvidderna f_1 och f_2 i de bägge medierna förhåller sig som dessas brytningsindices n_1 och n_2. Visa också, att formeln för ljusets brytning i en sfärisk yta kan skrivas

$$\frac{f_1}{a_1} + \frac{f_2}{a_2} = 1$$

innebärande att ett föremål på avståndet a_1 i mediet 1 motsvaras av en bild på avståndet a_2 i mediet 2. Avstånden räknas från den brytande ytan. För tecknen på f_1, f_2, a_1 och a_2 gäller sedvanliga teckenregler. Endast det fall, som föreligger, då samtliga kvantiteter är positiva, behöver behandlas.
5. En avläsningskikare har ett objektiv med 30 cm brännvidd och ett okular, som är sammansatt av två positiva linser med 3,0 respektive 1,0 cm brännvidd. Samtliga linser kan anses vara tunna. Avståndet mellan okularets linser är 2,0 cm och den starkaste linsen befinner sig närmast observatörens öga. Kikaren är så inställd, att ett normalt öga utan ackommodation tydligt kan med kikaren observera ett avlägset föremål. Beräkna kikarens vinkelförstoring. Figur återgivande bildkonstruktionen kräves.
6. Två doppvärmare, den ena stämplad 220 V, 300 W och den andra stämplad 220 V, 150 W, kopplas i serie och anslutes till belysningsnätet. Hur stor blir därvid effektförbrukningen i vardera doppvärmaren? Nätspänningen är 220 V.
7. En voltmeter med resistansen 2000 ohm och ett motstånd A med resistansen 100 ohm parallellkopplas och anslutes till ett element med obekant inre resistans. Voltmeterns utslag avläses. Sedan bildar man en strömkrets, som i serie innehåller elementet, voltmetern och ett motstånd B med resistansen 10 ohm. Voltmeterns utslag blir då lika stort som förut. Beräkna elementets inre resistans. Kopplingsscheman erfordras.

8. I en strömbana har man mellan två punkter parallellkopplat ett induktionsfritt motstånd A och en spole B med självinduktion. Om en sinusformad växelspänning inkopplas i den ogrenade strömbanan, kommer naturligtvis såväl den totala strömmen som delströmmarna i A och B att bli enkla sinusfunktioner av tiden. I B är emellertid fasförskjutningen mellan ström och spänning 60°. I både A och B är den effektiva strömmen 0,64 A. Hur stor är den effektiva strömmen i den ogrenade strömbanan?

Resultat: 1. Potentialfallet skall ändras till 25,1 V. — Uppgiften är i tidskriften återgiven något ändrad; förändringen berör endast storleken av potentialfall och ström i första fallet. 2. 3,9 m/sek. 3. 0,55 kg under förutsättning att ingen friktion förefinnes mellan kulan och den nedhängande tråden. 5. 20 ggr. 6. $33\frac{1}{3}$ W och $66\frac{2}{3}$ W. 7. 0,5 ohm. 8. 1,11 A.

Forts. från s. 67.

GEORG BORGSTRÖM, *Livsmedelsteknikens växande betydelse.* Wezäta Förlag, Göteborg 1956, 48 s., kr. 4: 50.

TORE LUNDBERG, *Hydromaskinlära.* Gumperts Förlag, Göteborg 1956, 232 s., kr. 21: —.

C. E. SJÖSTEDT, *Geometri.* Uppl. B. För enhetsskolans högstadium och för realskolan, avkortad kurs. Natur & Kultur, Stockholm 1956, 92 s., kr. 3: 40.

F. EHRNST, *Matematikuppgifter i studentexamen.* För allm. linjens sociala gren och reallinjens biologiska gren. Almqvist & Wiksell, Stockholm 1957, 123 s., kr. 5: 65.

VERNER CARLSON, *Examensuppgifter i matematik för realexamen.* För allmän och teknisk linje jämte kompletterande övningsex. för den tekniska linjen. Almqvist & Wiksell, Stockholm 1957, 72 s., kr. 4: 25.

PATRICK MOORE, *Strövtåg på månen.* Övers. från engelskan. Almqvist & Wiksell, Stockholm 1956, 185 s., kr. 18: 50.

PETER NAUR/BENGT STRÖMGREN, *Strövtåg i universum.* Övers. från danskan. Almqvist & Wiksell, Stockholm 1956, 95 s., kr. 11: 50.

G. KEDNER, *Matematikuppgifter i praktisk realexamen.* Handelslinjen vt. 1954—vt. 1956, Gleerups Förlag, Lund 1956, 10 s., 70 öre.

TORSTEN WILNER, Tekniska Museets Atomarium, Stockholm 1956, 26 s.

J. SCHRÖDER, Radiobyggboken. Del I, Nordisk Rotogravyr, Stockholm 1956, 142 s., kr. 13: 50.

ALMKVIST/KNAVE/LINDHOLM, *Fysik för enhetsskolan och realskolan. Astronomi.* Svenska Bokförlaget/Norstedts, Stockholm 1957, 35 s., kr. 1: 95.

ALMKVIST/BESKOW/HERLIN/KNAVE/WETTERBLAD, *Fysik för realgymnasiet.* III. *Elektricitetslära* av Ernst Knave. Svenska Bokförlaget/Bonniers, Stockholm 1957, 145 s., kr. 6: 90.

Kosmos, Band 34, 1956. Utg. av Svenska fysikersamfundet. Red. av Sven Lennander. Norstedt & Söner, Stockholm 1956, 226 s., kr. 12: —.

ROBOK I ORGANISK KEMI
rofessor Lennart Smith presen-
här i en ny och väsentligt om-
tad upplaga.

ROBOK I ORGANISK KEMI
öreträdesvis avsedd för de grund-
ande studierna i organisk kemi
universitet och högskolor. Den
a och lättfattliga framställningen
den emellertid till en värdefull
ång även för elever på gymnasie-
et, som önskar fördjupa sina kun-
er på detta område. Eftersom
bok i organisk kemi är den full-
digaste läroboken på svenska i
et har den också visat sig vara
tort värde för alla dem som i sin
iga gärning har behov av en
dläggande handbok i organisk
i, inte minst lärare.

ROBOK I ORGANISK KEMI
svarar i denna nya upplaga da-
krav på aktualitet och pedago-
klarhet. Vetenskapliga, medicin-
och tekniska nyheter har inarbe-
i framställningen, nomenklaturen
väsentligt moderniserats och den
grafiska utformningen har gjorts
överskådlig.

Professor Lennart Smith

Lärobok i ORGANISK KEMI

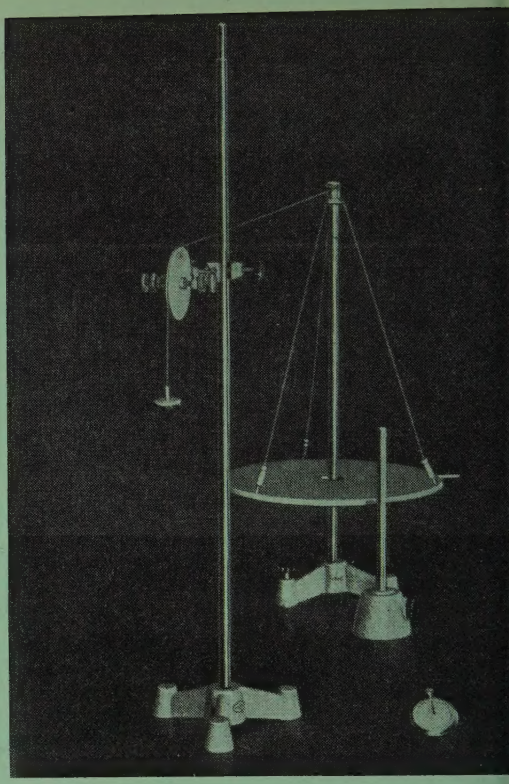
5:e omarbetade upplagan

Inb. 18:—

B
SVENSKA
OKFÖRLAGET

SKOLBOKCENTRALEN
David Bagares gata 20, Stockholm C · Postgiro 55 160
UTSTÄLLNING · LÄRAREXEMPLAR · REKVISITIONER
Utställning även
Göteborg, Parkgatan 19 · *Malmö*, Hamngatan 4
Linköping, Klostergatan 26 · *Luleå*, Tullgatan 16

PHYWE



MATERIEL
för
LÄTTARE och
ÅSKÅDLIGARE
UNDERVISNING

Phywes välkända fysikmateriel representeras i Sverige med ensamrätt av Norstedts Skolavdelning. Se och pröva materielen på någon av våra utställningar eller rekvirera den rikt illustrerade specialkatalogen.

NORSTEDTS SKOLAVDELNING

Stockholm	Göteborg	Malmö	Linköping	Luleå
L:a Nygatan 13	Parkgatan 19	Hamngatan 4	Klostergatan 26	Tullgatan 16
Tel. 23 29 70	Tel. 13 92 93	Tel. 97 70 90	Tel. 487 20, 487 35	Tel. 134 10

Lund 1957, Håkan Ohlssons Boktryckeri